

บทที่ 3

กรอบแนวคิดและทฤษฎี

บทนี้เป็นการกล่าวถึงกรอบแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ แบ่งได้เป็น 3 ส่วนหลัก ล้วนแต่ ก่อตัวถึงทฤษฎีแบบจำลองการตั้งราคาหลักทรัพย์ ซึ่งเป็นทฤษฎีที่ใช้ในการประมาณค่าความเสี่ยงสำหรับการลงทุนในหลักทรัพย์ ส่วนที่สอง ก่อตัวถึงทฤษฎีและแนวคิดในการจัดการกับข้อมูลอนุกรมเวลา และส่วนที่สาม ก่อตัวถึงวิธีการเพื่อให้ได้สมการตอบด้วยที่ใช้ในการประมาณค่าความเสี่ยงในภาวะหุ้นขาขึ้นและภาวะหุ้นขาลง โดยสมการตอบด้วยที่ได้ให้ค่าประมาณที่มีคุณสมบัติกล่องของ

3.1 แบบจำลองการตั้งราคาในหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM)

Harry M. Markowitz (1962) ได้ชี้อ่วร์ว่าเป็นบิค่าแห่งทฤษฎีกลุ่มหลักทรัพย์สมัยใหม่ เพราะ Markeowitz ได้สังเกตว่าผู้ลงทุนพยายามที่จะลดความเสี่ยงโดยการกระจายการลงทุนแต่เขายังพบว่า การลงทุนในหลักทรัพย์หลาย ๆ ประเภท อาจมีได้ช่วยลดความเสี่ยงหรือความแปรปรวนของอัตราผลตอบแทนของกลุ่มหลักทรัพย์เลข หากอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์แต่ละชนิดนั้นเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกันอยู่ตลอดเวลา แนวคิดของ Markowitz มีสมมุติฐานว่านักลงทุนจะลงทุนหลักทรัพย์หนึ่ง โดยเงินที่ลงทุนจะถูกลงทุนในช่วงระยะเวลาหนึ่ง เรียกว่า “Investor’s Holding Period” เมื่อสิ้นสุดระยะเวลาดังกล่าวแล้วนักลงทุนจะขายหลักทรัพย์ที่ซื้อมาในเวลาเริ่มต้นของความนานนี้ จากนั้นก็จะใช้เงินที่ได้มาไปในการบริโภคหรือลงทุนในหลักทรัพย์ต่าง ๆ ต่อไป Modern Portforlio Theory ของ Markowitz เป็นวิธีการหาคุณภาพเพื่อการตัดสินใจของนักลงทุนเพื่อเลือกลงทุนในกลุ่มหลักทรัพย์ที่ให้ผลตอบแทนที่คาดหวังสูงสุด โดยมีความเสี่ยงต่ำสุดบนเส้นกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีประสิทธิภาพ

เนื่องจากข้อจำกัดในการหาเส้นกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีประสิทธิภาพคือต้องใช้ข้อมูลต่าง ๆ เป็นจำนวนมาก ได้แก่ข้อมูลอัตราผลตอบแทนของหลักทรัพย์ความเสี่ยง ความสัมพันธ์ของหลักทรัพย์แต่ละคู่และจะต้องคำนวณสัดส่วนของเงินลงทุนที่เหมาะสม ซึ่งเป็นงานที่ต้องการข้อมูลเป็นจำนวนมากจึงมีผู้พัฒนาสรุปแบบที่ง่ายขึ้นเพื่อวิเคราะห์กลุ่มหลักทรัพย์

แบบจำลองการตั้งราคาในหลักทรัพย์ (Capital Asset Pricing Model : CAPM) จึงได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่อแก้ไขข้อจำกัดดังกล่าวซึ่งพัฒนาโดย Sharpe (1964) Lintner (1965) และ

Mossin (1966) ชี้ว่าให้ข้อสังเกตว่า ถ้าหากลงทุนกระจายการลงทุนอย่างเหมาะสมและลงทุนในหลักทรัพย์จำนวนที่มากพอจะช่วยจัดความเสี่ยงส่วนหนึ่ง ซึ่งเป็นความเสี่ยงเฉพาะตัวของหลักทรัพย์แต่ละหลักทรัพย์ในกลุ่มหลักทรัพย์ยกไปได้ ความเสี่ยงส่วนที่บังคับอยู่ในกลุ่มหลักทรัพย์นั้นเป็นความเสี่ยงอันเกิดจากปัจจัยที่ทุก ๆ หลักทรัพย์ต่างได้รับผลกระทบเท่ากัน โดยจำลองสถานการณ์ เพื่อมุ่งพิจารณาเฉพาะตัวแปรที่สำคัญเท่านั้น โดยกำหนดข้อสมมุตฐานดังต่อไปนี้

- 1) นักลงทุนแต่ละคนเป็นผู้หลักเดี่ยวความเสี่ยงมีความคาดหวังบรรลุประโยชน์จากการลงทุนสูงสุด
- 2) นักลงทุนเป็นผู้รับราคาและมีความคาดหวังในผลตอบแทนของสินทรัพย์ที่มีการแจกแจงปกติ
- 3) สินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงที่นักลงทุนอาจภูมิหรือให้ภูมิโดยไม่จำกัดจำนวนด้วยอัตราผลตอบแทนที่ไม่มีความเสี่ยง
- 4) บริษัทสินทรัพย์ มีจำนวนจำกัด ทำให้สามารถกำหนดราคากล่องขายและแบ่งแยกเป็นหน่วยย่อยได้ไม่จำกัดจำนวน
- 5) ตลาดสินทรัพย์ไม่มีการกีดกัน ไม่มีต้นทุนเกี่ยวกับข่าวสารข้อมูล และทุกคนได้รับข่าวสารอย่างสมบูรณ์
- 6) ตลาดสินทรัพย์เป็นตลาดที่มีลักษณะสมบูรณ์ ไม่มีเรื่องภาษี กฏระเบียบ หรือข้อห้ามในการซื้อขายแบบขายก่อนซื้อ (Short Sale) หมายถึงการขายหุ้นโดยไม่มีหุ้นอยู่ในบัญชี (Portfolio) ของตน

CAPM กำหนดข้อสมมติที่กล่าวว่า นักลงทุนต่างมีความคาดหวังจากการลงทุนเหมือนกัน เป็นผู้มีเหตุผลและเป็นผู้ที่หลีกเลี่ยงความเสี่ยง ทำให้นักลงทุนให้ความสนใจลงทุนในสินทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยงและกลุ่มสินทรัพย์เสี่ยงอยู่บนเส้นกลุ่มหลักทรัพย์ที่มีประสิทธิภาพ นั่นคือนักลงทุนต่างสนใจลงทุนในหลักทรัพย์กลุ่มตลาดเหมือนกัน กลุ่มหลักทรัพย์ตลาดเป็นกลุ่มหลักทรัพย์ที่รวมหลักทรัพย์ทุกประเภทที่มีผู้ถือครอง ณ ดุลยภาพ จึงเกิดจากการเปลี่ยนแปลงในน้ำหนักของหลักทรัพย์ที่ถูกกำหนดจากราคางานหลักทรัพย์ ถ้าหลักทรัพย์ชนิดหนึ่งราคาต่ำกว่าอีกชนิดหนึ่ง เมื่อเทียบจากความเสี่ยงที่เท่ากัน นักลงทุนจะเลือกซื้อหรือลงทุนในหลักทรัพย์ที่ราคาถูกกว่า ทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นปรับตัวสูงขึ้นและการขายหลักทรัพย์ที่ราคาแพงกว่า จะทำให้ราคาหลักทรัพย์นั้นต่ำหรือลดลง กระบวนการดังกล่าวทำให้ราคาหลักทรัพย์ถูกผลักดันสูงดุลยภาพในที่สุด และผลตอบแทนที่คาดหวังของแต่ละหลักทรัพย์อยู่ในระดับสูงสุด ณ แต่ละระดับความเสี่ยง

แบบจำลอง CAPM นี้ เน้นสนใจในความเสี่ยงที่เป็นระบบของหลักทรัพย์ เนื่องจากอยู่ภายใต้เงื่อนไขว่า หากการกระจายการลงทุนในหลักทรัพย์ให้ผลก่อให้เกิดความเสี่ยงขึ้นจะสามารถกำจัดความเสี่ยงที่ไม่เป็นระบบได้

ความเสี่ยงใน CAPM นั้น หมายถึง ความเสี่ยงที่เป็นระบบ (Systematic Risk) โดยจะใช้ตัว (β) เป็นตัวแทน เมื่อ $\beta < 1$ หมายความว่าหลักทรัพย์นั้นมีความเสี่ยงน้อยกว่าตลาด ส่วนหลักทรัพย์ที่มีค่า $\beta > 1$ หมายความว่าหลักทรัพย์นั้นมีความเสี่ยงมากกว่าตลาด

ผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์เดียวหรือของห้างกลุ่มหลักทรัพย์นำมาจากโดยความสัมพันธ์ระหว่างอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังและค่าความเสี่ยงของหลักทรัพย์ แสดงได้จากสมการดังนี้

$$ER_i = \alpha + b\beta_i \quad (3.1.1)$$

โดย ER_i = อัตราผลตอบแทนที่คาดหวังจากการลงทุนในหลักทรัพย์ที่ i

β_i = ความเสี่ยงเป็นระบบที่เกิดจากการลงทุนในหลักทรัพย์ i .

α = ผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง

b = ค่าความชันของเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML)

นั่นคือ ถ้า ความเสี่ยงของหลักทรัพย์เท่ากับความเสี่ยงของตลาด เมื่อ $\beta_i = 1$

$$ER_i = \alpha + b(1) \quad (3.1.2)$$

$$ER_i - \alpha = b(1) \quad (3.1.3)$$

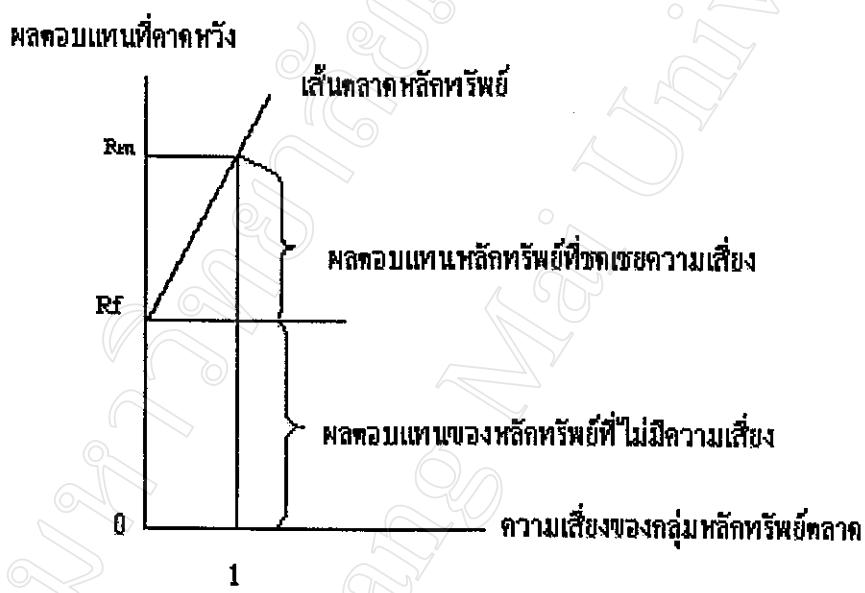
ดังนี้แก้ความสัมพันธ์ $ER_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f)$

โดย R_f = ผลตอบแทนของหลักทรัพย์ที่ไม่มีความเสี่ยง เมื่อ $\beta_i = 0$ จะนี้ $R_f = \alpha$

R_m = ผลตอบแทนของตลาดหลักทรัพย์

ความสัมพันธ์ของอัตราผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยง สามารถกำหนดแสดงเป็นเส้นตลาดหลักทรัพย์ (Security Market Line : SML) โดยเป็นความสัมพันธ์ที่แสดงระดับผลตอบแทนที่นักลงทุนต้องการ ณ ระดับความเสี่ยงต่าง ๆ หรือเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างประสิทธิภาพของผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงต่อการลงทุนในหลักทรัพย์ โดยเส้นตลาดหลักทรัพย์นี้ มีข้อสมมติฐานว่าตลาดหลักทรัพย์เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพสูงและอยู่ในดุลยภาพ ซึ่ง ความแตกต่างของผลตอบแทนที่คาดหวังของหลักทรัพย์แต่ละตัวแสดงถึงความแตกต่างกันของ β ในแต่ละหลักทรัพย์ด้วยความเสี่ยงที่สูงกว่าของหลักทรัพย์หนึ่ง แสดงถึงผลตอบแทนที่สูงกว่า

ด้วยความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวังนี้เป็นเด่นตรง ซึ่งถ้าความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นเด่นตรงหรือตลาดหลักทรัพย์ไม่เป็นตลาดที่มีประสิทธิภาพแล้ว การลงทุนในหลักทรัพย์ก็จะไม่มีประสิทธิภาพด้วย ดังนั้นการที่ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงเป็นเด่นตรง ผลตอบแทนที่ควรได้รับจากการลงทุนในหลักทรัพย์ใด ควรเท่ากับการถือหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงบางส่วนด้วยผลตอบแทนส่วนเพิ่มจากการถือหุ้นที่มีความเสี่ยง (Market Risk Premium) ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงในการลงทุนในหลักทรัพย์สามารถแสดงได้โดยรูปที่ 3.1 ดังนี้



รูปที่ 3.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนที่คาดหวังกับความเสี่ยงในการลงทุนในหลักทรัพย์

ที่มา : Fischer, and Jordan (1995:642)

จากรูปที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวังนี้เป็นแบบเส้นตรง กล่าวคือ จุด A ให้ผลตอบแทนสูงกว่าจุดบนเส้นตัดหุ้นที่ขาดทุน (SML) ซึ่งแสดงว่าหุ้นที่ขาดทุนมีราคาซื้อขายในตลาดต่ำกว่าราคากลุ่มหุ้น และจุด B คือหุ้นที่ขาดทุนที่มีผลตอบแทนต่ำกว่าหุ้นที่ขาดทุนบนเส้นตัดหุ้นที่ขาดทุน (SML) แสดงว่าหุ้นที่ขาดทุน B มีราคาซื้อขายในตลาด

สูงกว่าราคากลุ่มภาพ ก็ต้องคำนึงถึงความเสี่ยงหนึ่ง ผู้ลงทุนจะพากันซื้อหลักทรัพย์ A มากขึ้น เมื่อมีอุปสงค์มากขึ้นจะทำให้ราคาหลักทรัพย์ A สูงขึ้น ทำให้อัตราผลตอบแทนลดลงจนสูงเข้าสู่ คุลภาพบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ส่วนหลักทรัพย์ B ผู้ลงทุนจะไม่ซื้อเนื่องจากผลตอบแทนที่ได้ต่ำกว่าผลตอบแทนที่ต้องการบนเส้นตลาดหลักทรัพย์ (SML) ทำให้อุปสงค์ลดลง ราคาหลักทรัพย์ B จะลดลง จนทำให้อัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้นสูงกว่าคุลภาพบนเส้นตลาดหลักทรัพย์

การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา

ในการศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลา ลักษณะข้อมูลพื้นฐานของข้อมูลอนุกรมเวลาได้ ๆ มี ข้อควรพิจารณาคือ ข้อมูลอนุกรมเวลาด้านนี้ ๆ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ข้อมูลอนุกรมเวลาที่สามารถนำไปใช้พยากรณ์ได้จะต้องเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่ง ดังนั้นจึงต้องทำการทดสอบก่อนว่าข้อมูลอนุกรมเวลา มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

ดิกกี-ฟลูเดอร์ (Dickey-Fuller) จึงพัฒนาการตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลาว่า มีลักษณะนิ่งหรือไม่ โดยการทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

3.2 การทดสอบยูนิทรูท (Unit Root)

การทดสอบ unit root นั้นสามารถทดสอบได้โดยใช้การทดสอบ DF (Dickey-Fuller Test) (Dickey and Fuller, 1981) และการทดสอบ ADF (Augmented Dickey-Fuller (ADF) Test) (Said and Dickey 1984) สมมุติฐานว่าง (Null Hypothesis) ของการทดสอบ DF (DF Test) คือ $H_0 : \rho = 1$ ทางสมการ (3.2.1)

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.1)$$

ซึ่งเรียกว่าการทดสอบ Unit Root โดยถ้า $|\rho| < 1$ X_t จะมีลักษณะนิ่ง (Stationary) ; และถ้า $\rho = 1$ X_t จะมีลักษณะไม่นิ่ง (Nonstationary) อย่างไรก็ตามการทดสอบนี้สามารถทำได้อีกทางหนึ่งซึ่งเหมือนกับสมการ (3.2.1) กล่าวคือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.2)$$

ซึ่งก็คือ $X_t = (1+\theta)X_{t-1} + \varepsilon_t$ ซึ่งก็คือสมการที่ (3.2.1) นั้นเอง โดยที่ $\rho = (1+\theta)$

ถ้า θ ในสมการ (3.2.2) มีค่าเป็นลบ จะได้ว่า ρ ในสมการ (3.2.1) จะมีค่าน้อยกว่า 1 ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า การปฏิเสธ $H_0 : \theta = 0$ ซึ่งเป็นการยอมรับ $H_1 : \theta < 0$ หมายความว่า $\rho < 1$ และ X_t มี Integration of Order Zero นั่นคือ X_t มีลักษณะนิ่ง และถ้าเราไม่สามารถปฏิเสธ $H_0 : \theta = 0$ ได้ ก็จะหมายความว่า X_t มีลักษณะไม่นิ่ง

ถ้า x_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย (Random Walk with Drift) เราสามารถจะเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.3)$$

และถ้า x_t เป็นแนวเดินเชิงสุ่มซึ่งมีความโน้มเอียงทั่วไปรวมอยู่ด้วย และมีแนวโน้มตามเวลาเชิงเส้น (Linear Time Trend) เราสามารถจะเขียนแบบจำลองได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.2.4)$$

โดยที่ t =เวลา ซึ่งก็จะทำการทดสอบ $H_0 : \theta = 0$ โดยมี $H_a : \theta < 0$ เช่นเดียวกับที่กล่าวมาข้างต้น โดยสรุปแล้ว Dickey and Fuller (1979) ได้พิจารณาสมการทดสอบ 3 รูปแบบที่แตกต่างกันในการทดสอบว่ามี unit root หรือไม่ ซึ่ง 3 สมการดังกล่าว ได้แก่

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

โดยตัวพารามิเตอร์ที่อยู่ในความสนใจในทุกสมการ คือ θ นั้นคือ ถ้า $\theta = 0$ แสดงว่า X_t จะมี Unit Root โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติกิ (t-Statistic) ที่คำนวณได้กับค่าที่เหมาะสมที่อยู่ในตาราง Dickey-Fuller (Dickey-Fuller tables) (Enders, 1995: p221) หรือกับค่าวิกฤต MacKinnon (MacKinnon Critical Values)

อย่างไรก็ตามค่าวิกฤต จะไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าสมการ (3.2.2), (3.2.3), (3.2.4) มีการเพิ่มพจน์โดยกระบวนการเชิงอัตโนมัติ (Autoregressive Processes)

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.5)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.6)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.2.7)$$

จำนวนของ Lagged Difference Terms ที่จะนำเข้ามาร่วมในสมการนั้นจะมีมากพอที่จะทำให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อน (Error Terms) มีลักษณะเป็น Serially Independent และเมื่อนำเอาการทดสอบ DF มาใช้กับสมการ (3.2.5) ถึงสมการ (3.2.7) เราจะเรียกว่าการทดสอบ ADF (Augmented Dickey – Fuller : ADF) ค่าสถิติทดสอบ ADF มีการแจกแจงเชิงเส้นกำกับ (Asymptotic Distribution) เมื่อขึ้นกับสถิติ DF ดังนั้นก็สามารถใช้ค่าวิกฤตแบบเดียวกัน

3.3 แนวคิดเกี่ยวกับการร่วมกันไปด้วยกัน (Cointegration)

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งสามารถดำเนินไปใช้ความสามารถโดยได้ ส่วนอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง เมื่อนำไปใช้ความสามารถโดยอาจได้สมการโดยที่ไม่แท้จริง (Spurious Regression) ปัญหาสามารถโดยไม่แท้จริงอาจไม่เกิดขึ้นเมื่อข้อมูลอนุกรมเวลาไม่มีลักษณะไม่นิ่ง หากว่าสมการโดยดังกล่าวมีลักษณะการร่วมกันไปด้วยกัน

การร่วมไปด้วยกันคือ การมีความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาดังต่อไปนี้ 2 ตัวแปรขึ้นไปมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ส่วนเป็นแบบที่ออกจากความสัมพันธ์ในระหว่างที่มีลักษณะนิ่ง สมบูรณ์ให้ตัวแปรข้อมูลอนุกรมเวลา 2 ตัวแปรใด ๆ ที่มีลักษณะไม่นิ่งแต่มีค่าสูงขึ้นตามไปด้วยกัน ทึ่งๆ กัน และมีอันดับความสัมพันธ์ของข้อมูลเหมือนกัน (Integration of the Same Order) ความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองไม่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นหรือลดลง อาจเป็นไปได้ว่าความแตกต่างระหว่างตัวแปรทั้งสองดังกล่าวมีลักษณะนิ่ง กล่าวได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาดังกล่าวมีการร่วมกันไปด้วยกัน ดังนั้นการโดยดังกล่าวไปด้วยกัน (Cointegration Regression) เป็นเทคนิคการประมาณค่าความสัมพันธ์โดยภาพระยะยาวระหว่างข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งโดยที่การนี่จะเป็น ออกจากคุณภาพระยะยาวต้องมีลักษณะนิ่ง ทำโดยการใช้ส่วนที่เหลือจากสมการโดยที่ได้มาทำการทดสอบว่ามีการร่วมกันไปด้วยกันหรือไม่ โดยการทดสอบชุดใหญ่ จะได้ว่าจากสมการ (3.3.1) นำค่า ϵ , มาหาสมการโดยใหม่ดังสมการ (3.3.2)

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \hat{\epsilon}_t, \quad (3.3.1)$$

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \gamma \hat{\epsilon}_{t-1} + \lambda \Delta \hat{\epsilon}_{t-1} + w_t, \quad (3.3.2)$$

โดยที่ $\hat{\epsilon}_t, \hat{\epsilon}_{t-1}$ คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา t และ $t-1$ จากสมการ (3.3.1) ที่นำมาหา
สมการโดยใหม่

γ, λ คือ ค่าพารามิเตอร์

ตั้งสมมุติฐาน $H_0: \gamma=0$ ไม่มีการร่วมกันไปด้วยกัน

$H_1: \gamma \neq 0$ มีการร่วมกันไปด้วยกัน

โดยใช้ค่าสถิติ t -test ซึ่งมีสูตรดังต่อไปนี้

$$t = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{S.E.}\hat{\gamma}}$$

นำค่า t-test ที่ใช้ในการทดสอบเกี่ยวกับค่าวิกฤต MacKinnon ถ้ายอมรับ H_0 หมายความว่าสมการดัดอย่างที่ได้ไม่มีการร่วมกันไปด้วยกัน และถ้ายอมรับ H_1 หมายความว่าสมการดัดอย่างที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกันนั่นเอง ถึงแม้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลาในสมการ (3.3.1) นั้นจะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่งก็ตาม

3.4 แนวความคิดเกี่ยวกับแบบจำลองเอเรอร์คอร์เรคชัน (Error-Correction Model: ECM)

แบบจำลองเอเรอร์คอร์เรคชัน (ECM) คือ กลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว สมมุติให้ Y_t และ X_t เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะไม่นิ่ง และไม่เกิดปัญหาสมการดัดอย่างไม่แท้จริง สมการดัดอย่างที่ได้มีการร่วมกันไปด้วยกัน โดยมีกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะยาว หมายความว่าตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์เชิงคุณภาพระยะยาวแต่ในระยะสั้นอาจมีการออกนอกรดูดลอกภาพได้ เพราะฉะนั้นจึงให้พจน์ค่าความคลาดเคลื่อนคุณภาพนี้อาจเป็นตัวเขื่อมพฤติกรรมระยะสั้นและระยะยาวเข้าด้วยกัน โดยลักษณะที่สำคัญของตัวแปรอนุกรมเวลาที่มีการร่วมกันไปด้วยกันคือวิถีเวลา (Time Path) ของอนุกรมเวลาเล่านี้ได้รับอิทธิพลจากการเบี่ยงเบนออกจากคุณภาพระยะยาว ดังนั้นมือกลับเข้าสู่คุณภาพระยะยาว การเคลื่อนไหวของข้อมูลอนุกรมเวลาอย่างน้อยบางตัวจะจะต้องตอบสนองต่อขนาดของการออกนอกรดูดลอกภาพในแบบจำลองเอเรอร์คอร์เรคชัน พลวัตพานะระยะสั้น (Short-term Dynamics) ของตัวแปรในระบบจะได้รับอิทธิพลการเบี่ยงเบนออกจากคุณภาพ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิญญาพงษ์, 2542, หน้า 16-51)

แบบจำลองเอเรอร์คอร์เรคชัน (ECM) เป็นดังนี้

$$\Delta y_t = a_1 + \sum_{m=1}^n a_{2m} \Delta X_{t-m} + \sum_{p=1}^q a_{3p} \Delta y_{t-p} + a_4 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \mu_t \quad (3.4.1)$$

โดยที่ x_t, y_t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

y_{t-p} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-p$

x_{t-m} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา $t-m$

$\hat{\varepsilon}_{t-1}$ คือ ส่วนที่เหลือ ณ เวลา $t-1$ จากสมการความสัมพันธ์ระยะยาว

μ_t คือ ความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม

3.5 แบบจำลองการดัดด้วยสลับเปลี่ยน (Switching Regression Model)

แบบจำลองการดัดด้วยสลับเปลี่ยนเป็นแบบจำลองที่ประกอบด้วย 2 สถานการณ์ สมมุติให้ทั้งสองสถานการณ์เป็นดังนี้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และ อารี วิญญาพงษ์, 2543 หน้า 33-38)

$$Y_{1i} = \beta_1 X_{1i} + u_{1i} \quad (3.5.1)$$

$$Y_{0i} = \beta_0 X_{0i} + u_{0i} \quad (3.5.2)$$

$$I_i = (Y_{1i} - Y_{0i})\lambda - u_i \quad (3.5.3)$$

$$I_i = Z_i\lambda - u_i; (Y_{1i} - Y_{0i}) = Z_i \quad (3.5.4)$$

$$u_i \sim (0, \sigma_i^2), u_{1i} \sim (0, \sigma_{1i}^2), u_{0i} \sim (0, \sigma_{0i}^2),$$

โดยที่ Y_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 1 (Regime 1)

Y_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรรมเวลาของตัวแปรตาม ณ สถานการณ์ 2 (Regime 0)

X_{1i} คือ ข้อมูลอนุกรรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 1 (Regime 1)

X_{0i} คือ ข้อมูลอนุกรรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ สถานการณ์ 2 (Regime 0)

$\beta_1, \beta_0, \lambda$ คือ ค่าพารามิเตอร์

u_{1i}, u_{0i}, u_i คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม

I_i คือตัวแปรที่ไม่สามารถสังเกตได้ จึงสร้างตัวแปรหุ่น (Dummy Variable : I) ขึ้นมาซึ่งสามารถสังเกตได้

$$\left. \begin{array}{l} I_i = 1 \text{ เมื่อ } I_i \geq 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda \geq u_i \\ I_i = 0 \text{ เมื่อ } I_i < 0 \text{ หรือ } Z_i\lambda < u_i \end{array} \right\} \quad (3.5.5)$$

ซึ่งในการเกิดสถานการณ์ 1 จะไม่เกิดสถานการณ์ 2 อย่างแน่นอน ดังนั้น Y_i ที่ได้จะเป็นดังนี้

$$\left. \begin{array}{l} Y_i = Y_{1i} \text{ เมื่อ } I_i = 1 \\ Y_i = Y_{0i} \text{ เมื่อ } I_i = 0 \end{array} \right\} \quad (3.5.6)$$

ในกรณีที่ซึ่งการแบ่งแยกตัวอย่างสามารถสังเกตได้ ค่าสังเกต I_i นั้นสามารถใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบโพรบิท (Probit Maximum Likelihood) ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ และเนื่องจากสามารถประมาณค่าได้ในลักษณะที่เป็นสัดส่วนของปัจจัย (a Scale Factor) เท่านั้น จึงสมมุติให้ $\text{var}(u_i) = 1$ และสมมุติว่า u_{1i}, u_{0i} และ u_i มีการแจกแจงแบบปกติสามตัวแปร (A Trivariate Normal Distribution) เวกเตอร์ของค่าเฉลี่ย (Mean Vector) เป็นศูนย์และเมตริกซ์ของความแปรปรวนร่วมเป็นดังนี้

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{10} & \sigma_{1u} \\ \sigma_{10} & \sigma_0^2 & \sigma_{0u} \\ \sigma_{1u} & \sigma_{0u} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5.7)$$

ภาวะความน่าจะเป็นสูงสุด (Likelihood Function) สำหรับแบบจำลองนี้คือ

$$L(\beta_1, \beta_0, \sigma_1^2, \sigma_0^2, \sigma_{1u}, \sigma_{0u}) = \prod \left[\int_{-\infty}^{Z_i\lambda} g(y_{1i} - \beta_1 X_{1i}, u_{1i}) du_i \right]^{I_i} \left[\int_{Z_i\lambda}^{\infty} f(y_{0i} - \beta_0 X_{0i}, u_{0i}) du_i \right]^{1-I_i} \quad (3.5.8)$$

โดยที่ g และ f คือ พิมพ์ชั้นความหนาแน่นปกติสองตัวแปร (Bivariate Normal Density Functions) ของ (u_{1i}, u_i) และ (u_{0i}, u_i) ตามลำดับ

การประมาณค่าพิมพ์ชั้นดังสมการ (3.5.8) สามารถหาได้โดยใช้วิธีการลดด้วยสลับเปลี่ยน 2 ขั้นตอน (Two-Stage Switching Regression Method) เพื่อปรับค่าความคลาดเคลื่อนของพิมพ์ชั้นให้มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์

เนื่องจากพิมพ์ชั้นดังสมการ (3.5.8) ขึ้นอยู่กับพิมพ์ชั้นสมการ (3.5.4) ค่าความคลาดเคลื่อนของสมการ (3.5.1) และ (3.5.2) จึงสามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$E(u_{1i} | u_i \leq Z_i\lambda) = E(\sigma_{1u}u_i | u_i \leq Z_i\lambda) = -\sigma_{1u} \left[\frac{\phi(Z_i\lambda)}{\Phi(Z_i\lambda)} \right] \quad (3.5.9)$$

$$\text{และ } E(u_{0i} | u_i \geq Z_i\lambda) = E(\sigma_{0u}u_i | u_i \geq Z_i\lambda) = \sigma_{0u} \left[\frac{\phi(Z_i\lambda)}{(1 - \Phi(Z_i\lambda))} \right] \quad (3.5.10)$$

โดยที่ Φ คือ พิมพ์ชั้นการแจกแจงแบบปกติสะสม (Cumulative Normal Distribution) และ ϕ คือ พิมพ์ชั้นความหนาแน่น (Density Function) โดยจะเห็นว่าค่าคาดหวังของค่าความคลาดเคลื่อนของสมการ (3.5.9) และ (3.5.10) มีค่าไม่เป็นศูนย์ การใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ สมการ (3.5.1) และ (3.5.2) จึงให้ค่าประมาณของพารามิเตอร์เหล่านี้มีความเอนเอียง (Bias) และ ไม่สอดคล้อง (Inconsistent) (Lee, 1978) จึงได้เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสมการ (3.5.1) และ (3.5.2) ใหม่ โดยการเพิ่มตัวแปร W_{1i} และ W_{0i} ซึ่งก็คือ Selectivity Variables เข้าไปในสมการ (3.5.1) และ (3.5.2) เพื่อขัดปัญหาเอนเอียง ซึ่งจะได้สมการใหม่ดังนี้

$$Y_{1i} = \beta_1' X_{1i} - \sigma_{1u} W_{1i} + \varepsilon_{1i} \quad \text{สำหรับ } I_i = 1 \quad (3.5.10)$$

$$Y_{0i} = \beta_0' X_{0i} + \sigma_{0u} W_{0i} + \varepsilon_{0i} \quad \text{สำหรับ } I_i = 0 \quad (3.5.11)$$

โดยที่

$$w_{1i} = \frac{\phi(Z_i\lambda)}{\Phi(Z_i\lambda)} \text{ และ } w_{0i} = \frac{\phi(Z_i\lambda)}{1-\Phi(Z_i\lambda)}$$

$\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{0i}$ เป็นค่าความคลาดเคลื่อนตัวใหม่ที่มีค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข (Conditional Means) เป็นศูนย์

หมายเหตุ: แบบจำลองสมการตัดตอนแบบสตับเปลี่ยน มีรูปแบบและลักษณะการคำนวณแบบเดียวกับแบบจำลองโทบิต (Tobit) โดยใช้วิธีความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood) และให้ผลการวิเคราะห์เหมือนกัน (ภาคผนวก จ)