

## บทที่ 4

### ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างราคาปิดของหลักทรัพย์กับช่วงเวลาต่างๆ ในอดีตที่ผ่านมา ความผันผวนของข้อมูลและการนำข้อมูลไปพยากรณ์ราคาที่กำลังจะเกิดขึ้นในอนาคต โดยใช้แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลาการทดสอบลักษณะนิ่งของข้อมูล และการทดสอบ Unit Root, แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH), แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH), แบบจำลอง ARCH in- mean (ARCH-M), แบบจำลอง GARCH in- mean (GARCH-M) และการตรวจสอบรูปแบบ ดังต่อไปนี้

#### 4.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time series analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลาเป็นวิธีที่ใช้เพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่เปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านไปในอดีต ก็จะทำให้สามารถคาดการณ์ได้ว่าในอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใดและสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ โดยการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

#### 4.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล และการทดสอบ Unit Root

ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่งคือค่าข้อมูลที่ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของกระบวนการเชิงสุ่มมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล่าช้า (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงษ์, 2542) โดยเขียนเป็นสมการดังนี้

$$\text{ค่าเฉลี่ย} : E(x_t) \text{ constant} = \mu \quad (4.1)$$

$$\text{ความแปรปรวน} : V(x_t) \text{ constant} = \sigma^2 \quad (4.2)$$

$$\text{ความแปรปรวนร่วม} : COV(x_t, x_{t+k}) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu) = \sigma_{k-\mu} \quad (4.3)$$

โดยที่  $x_t$  แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องด้วยข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลานั้นไม่นิ่งค่าสถิติที่เกิดขึ้นมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distributions) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้องเนื่องจากค่าต่างๆ นั้นมีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน ทำให้ลงไปสู่ความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือค่า  $R^2$  (residual sum of square) มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ  $t$  (t-statistics) มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง (ทรวงศ์ศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงษ์, 2542)

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลานั้น จึงต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่น่ามาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ซึ่งจะใช้การทดสอบ Unit Root โดยในการศึกษานี้จะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey-Fuller โดยวิธี DF (Dickey-Fuller Test) และ ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งกำหนดโดยสมการ ดังต่อไปนี้

$$x_t = \rho x_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.4)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก

$$H_0 : \rho = 1$$

และ

$$H_1 : |\rho| < 1$$

ถ้ายอมรับ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีจุดตัดและแนวโน้มเวลา

$$\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.5)$$

กรณีมีจุดตัด

$$\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.6)$$

กรณีมีทั้งจุดตัดและแนวโน้มเวลา

$$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.7)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก

$$H_0 : \theta = 0$$

และสมมติฐานรอง

$$H_0 : \theta < 0$$

การยอมรับ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ  $H_0$  แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ในสมการ (4.5), (4.6) และ (4.7) นำไปเข้ากระบวนการ Autoregressive ดังนี้

$$\text{กรณีไม่มีจุดตัดและแนวโน้มเวลา} \quad \Delta x_t = \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t \quad (4.8)$$

$$\text{กรณีมีจุดตัด} \quad \Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t \quad (4.9)$$

$$\text{กรณีมีทั้งจุดตัดและแนวโน้มเวลา} \quad \Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta x_{t-i} + \epsilon_t \quad (4.10)$$

ซึ่งสมการที่ (4.8), (4.9) และ (4.10) เป็นการทดสอบโดยวิธี ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งพัฒนามาจากวิธี DF (Dickey-Fuller Test) เพื่อแก้ปัญหา serial correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ  $t$  ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (critical value) ในตาราง ADF (Enders, 1995)

#### 4.3 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด stochastic variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่ใช่ฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ แต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาที่ขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษาเช่น แบบจำลองเงินเพื่อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ และในบางคาบเวลาจะมีค่าความผันผวนสูง (มีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวนต่ำ (มีค่าความคลาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนจากการถดถอย จะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวนของความคลาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (Enders, 1995)

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของอนุกรมเวลาพร้อมกันนั้น ซึ่งในขั้นต้นนั้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไข จะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขอย่างมาก ดังนั้นแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) สามารถแสดงได้ดัง

สมการ (4.11)

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.11)$$

พยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ  $x_{t+1}$  ดังสมการ (4.12)

$$E_t x_{t+1} = a_0 + a_1 x_t \quad (4.12)$$

ถ้าใช้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขพยากรณ์  $x_{t+1}$  ดังนั้นค่าความคาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขพยากรณ์ดังสมการ (4.13)

$$E_t[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2] = E_t[\epsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 \quad (4.13)$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่ใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วงระยะยาวตามลำดับ  $\{x_t\}$  ซึ่งเท่ากับ  $\frac{a_0}{(1-a_1)}$  จะได้ค่าความคาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขดังสมการ(4.14)

$$E_t \left\{ \left[ x_{t+1} - \frac{a_0}{(1-a_1)} \right]^2 \right\} = E \left[ (\epsilon_{t+1} + a_1 \epsilon_t + a_1^2 \epsilon_{t-1} + a_1^3 \epsilon_{t-2} + \dots)^2 \right] \\ = \frac{\sigma^2}{(1-a_1^2)} \quad (4.14)$$

เมื่อ  $\frac{1}{(1-a_1^2)} > 1$  ค่าความแปรปรวนที่ได้จากการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้นในการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่า ในลักษณะเดียวกันถ้าความแปรปรวนของ  $\{\epsilon_t\}$  ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA model อธิบายโดยให้  $\{\hat{\epsilon}_t\}$  แทนส่วนที่เหลือ (residuals) ที่ได้จาก การประมาณจากสมการ (4.11) ดังนั้นค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (conditional variance) ของ  $x_{t+1}$  จะได้ดังสมการ (4.15)

$$\text{Var}(x_{t+1}|x_t) = E_t[(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t)^2] \\ = E_t[\epsilon_{t+1}^2] \quad (4.15)$$

และจากที่ให้  $E_t[\epsilon_{t+1}^2]$  เท่ากับ  $\sigma_{t+1}^2$  แสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ ดังสมการ (4.16)

$$\hat{\epsilon}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\epsilon}_{t-1} + \dots + \alpha_q \hat{\epsilon}_{t-q} + v_t \quad (4.16)$$

เมื่อ  $v_t$  = กระบวนการ White Noise

ถ้าค่าของ  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$  ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่  $\alpha_0$  อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ  $x_t$  จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับสมการที่ (4.16) ดังนั้นสามารถใช้สมการที่ (4.16) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา  $t + 1$  ดังสมการ (4.17)

$$E_t \hat{\epsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\epsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\epsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\epsilon}_{t+1-q}^2 \quad (4.17)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการที่ (4.16) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) model และ สมการที่ (4.17) เป็น ARCH (q) ค่า  $E_t \hat{\epsilon}_{t+1}^2$  หรือ  $\sigma_{t+1}^2$  จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่และความผันผวนในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต (ARCH term) ส่วนค่าสัมประสิทธิ์  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$  สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

#### 4.4 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ขยายขั้นตอนมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอนคือให้ค่าความคาดเคลื่อนจากกระบวนการดังสมการ(4.18)

$$\epsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad (4.18)$$

โดยที่ค่าความแปรปรวนของ  $v_t = \sigma_v^2 = 1$

และ 
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (4.19)$$

เมื่อ  $\{v_t\}$  คือ กระบวนการ White Noise ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต ( $\epsilon_{t-i}$ ) ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไขของ  $\epsilon_t$  จะมาจาก  $h_t$  ในสมการ (4.19)

GARCH (p,q) นั้นใช้กระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหา heteroscedastic variance ดังสมการ (4.20)

$$E_{t-1}\epsilon_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (4.20)$$

ถ้ากำหนดให้  $p=0$  และ  $q=1$  จะได้เป็น ARCH (1) หรือถ้าค่า  $\beta_i$  ทั้งหมดที่ค่าเป็น 0 แบบจำลอง GARCH (p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH(q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของการรบกวน(disturbances) ของค่า  $x_t$  สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA ค่าสหสัมพันธ์ในตัวเอง (autocorrelation function หรือ ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกัน และสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (partial autocorrelation function หรือ PACF) ของส่วนเหลือ ควรจะบ่งบอกถึง White Noise และ ค่าสหสัมพันธ์ในตัวเองของส่วนที่เหลือกำลังสอง (squared residuals) นำมาใช้ระบุถึงลำดับของกระบวนการ GARCH

#### 4.5 แนวคิดเกี่ยวกับแบบจำลอง ARCH-in-mean (ARCH-M)

พื้นฐานจากแนวคิด ARCH ได้มีการขยายเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของลำดับอนุกรมขึ้นอยู่กับความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของตัวเอง ซึ่งเรียกว่า ARCH-M เพื่อที่จะมีความเหมาะสมในการศึกษา โดยมีหลักการพื้นฐาน คือผู้ที่มีความเสี่ยง (risk averter) จะต้องการชดเชยสำหรับการถือสินทรัพย์ที่มีความเสี่ยง (risk premium) เมื่อให้ความเสี่ยงในทรัพย์สินสามารถวัดค่าได้จากความแปรปรวนของผลตอบแทน ค่าชดเชยความเสี่ยงจะเป็นฟังก์ชันเพิ่มของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของผลตอบแทน โดย Engle (1987) ได้แสดงแนวคิดนี้โดยนำส่วนที่เหลือของผลตอบแทนจากการถือครองทรัพย์สินที่มีความเสี่ยงดังสมการ(4.21)

$$x_t = \mu_t + \epsilon_t \quad (4.21)$$

เมื่อ  $x_t$  คือผลตอบแทนส่วนเกินจากการถือครองทรัพย์สินในระยะยาวเปรียบเทียบกับ หนึ่ง

คาบเวลาของผลตอบแทนอ้างอิง

$\mu_t$  คือค่าชดเชยความเสี่ยงที่จำเป็นในการโน้มน้าวผู้ที่มีความเสี่ยงให้ถือครองทรัพย์สินในระยะยาวแทนที่จะเป็นแค่คาบเวลาเดียว

$\epsilon_t$  คือ unforecastable shock ของส่วนเหลือของผลตอบแทนการถือทรัพย์สินในระยะยาว

ในการอธิบายสมการ (4.21) จะให้ค่าความคาดหวังของส่วนที่เหลือของผลตอบแทนในการถือครองทรัพย์สินในระยะยาวมีค่าเท่ากับค่าชดเชยความเสี่ยงดังสมการ (4.22)

$$E_{t-1}x_t = \mu_t \quad (4.22)$$

สมมติว่าชดเชยความเสี่ยงเป็นฟังก์ชันเพิ่มความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ  $\epsilon_t$  อีกนัยหนึ่ง คือยิ่งค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของผลตอบแทนมีขนาดใหญ่ ผลตอบแทนของการโน้มน้าวให้คนมาถือครองทรัพย์สินในระยะยาวก็จะมีค่ามากขึ้นตาม ถ้า  $h_t$  เป็นความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ  $\epsilon_t$  ค่าชดเชยความเสี่ยงสามารถแสดงได้ดังสมการ (4.23)

$$\mu_t = \beta + \delta h_t, \delta > 0 \quad (4.23)$$

เมื่อ  $h_t$  คือ ARCH (q) process

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (4.24)$$

จากสมการ (4.21), (4.23) และ (4.24) ประกอบขึ้นเป็นพื้นฐานแบบจำลอง ARCH-M จากสมการที่ (4.21) และ (4.23) คือค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขของ  $x_t$  ขึ้นอยู่กับค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ  $h_t$  ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขได้จากกระบวนการ ARCH (q) ซึ่งอธิบายได้ว่าถ้าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขเป็นค่าคงที่ (เช่นถ้า  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$ ) แบบจำลอง ARCH-M จะกลับไปสู่กรณีเดิมของค่าชดเชยความเสี่ยงคงที่

#### 4.6 แบบจำลอง GARCH-in-mean (GARCH-M)

จากแบบจำลอง GARCH (p,q) ในสมการ(4.19) ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับส่วนเหลือกำลังสองของกระบวนการนี้ (Bollerslev,1986) ซึ่ง Engle (1987) ขยายแนวคิดนี้โดยให้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขเป็นฟังก์ชันของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข โดยรู้จักกันในชื่อ GARCH-M ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์สามารถแสดงได้ในรูปของแบบจำลอง GARCH (p,q) -M ดังสมการ (4.25) ถึง (4.27)

$$x_t = \mu_t + \delta_1 h_t^{1/2} + \epsilon_t \quad (4.25)$$

$$\epsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (4.26)$$

$$h_t = \omega + \beta_1 h_{t-1} + \sum_{i=1}^q \alpha_i (\epsilon_{t-i})^2 \quad (4.27)$$

เมื่อ  $x_t$  คือผลตอบแทนจากหลักทรัพย์  
 $\mu_t$  คือค่าเฉลี่ย  $x_t$  อย่างมีเงื่อนไขต่อข้อมูลในอดีต ( $y_{t-1}$ ) และตามสมการข้อจำกัด  
 $\omega > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$  และ  $\beta_i \geq 0$  เพื่อให้แน่ใจว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข  
 $(h_t)$  นั้นเป็นบวก  
 $h_t^{1/2}$  คือความสัมพันธ์ถึงการ Trade Off ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวัง

ปัจจัยที่มีอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญของความผันผวนในผลตอบแทนหลักทรัพย์สามารถวัด  
 ได้ด้วยสัมประสิทธิ์  $(\delta_1) h_t^{1/2}$  ในสมการ (4.25) แสดงแทนดัชนีของความสัมพันธ์ของการ  
 หลีกเลียงความเสี่ยง ค่าสัมประสิทธิ์  $(\delta_1)$  ที่เป็นบวกอย่างมีนัยสำคัญบอกถึงผู้ลงทุนในหลักทรัพย์  
 เมื่อเผชิญกับระดับความเสี่ยงที่สูงขึ้นก็ต้องการค่าชดเชยความเสี่ยงที่มากขึ้นตามไปด้วย

#### 4.7 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องตรวจสอบรูปแบบว่า  
 สมการพยากรณ์ที่ได้มานั้นเหมาะสมหรือไม่และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยการใช้การทดสอบ  
 ต่างๆ ดังนี้

##### 4.7.1 การทดสอบ Box-Pierce Q-Statistics

เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ย่างกัน  $k$  มีความเป็น  
 อิสระต่อกันหรือไม่

โดยมีสมมติฐานหลัก  $H_0 : \rho_1(\hat{a}_t) = \rho_2(\hat{a}_t) = \dots = \rho_k(\hat{a}_t) = 0$

และสมมติฐานรอง  $H_0 : \rho_1(\hat{a}_t) \neq \rho_2(\hat{a}_t) \neq \dots \neq \rho_k(\hat{a}_t) \neq 0$

คำนวณตามสมการที่ (4.28) คือ

$$Q - stat = T \sum_{j=1}^k P_j^2 \quad (4.28)$$

เมื่อ  $P_j$  คือ สหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่  $j$  โดยที่  $j = 1, \dots, k$

$T$  คือ จำนวนของค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARMA ค่า  $Q - stat$  มีการแจกแจง  
 แบบไคสแควร์ ( $\chi^2$ ) ด้วยระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับจำนวนสหสัมพันธ์



ลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณ หรือ  $k-m$

จะยอมรับสมมติฐานหลักเมื่อ  $Q - Stat \leq \chi^2_{\alpha, k-m}$  คือส่วนเหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า  $k$  และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ  $Q - Stat > \chi^2_{\alpha, k-m}$  คือ เกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

#### 4.7.2 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information Criterion)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อได้รูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยการพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) รูปแบบที่ให้ค่า AIC น้อยที่สุด เป็นรูปแบบที่ดีที่สุดดังนี้

$$\text{Akaike Information Criterion (AIC)} = -2\lambda / \eta + 2k / \eta \quad (4.29)$$

โดยที่  $k$  เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า  
 $\eta$  เป็นจำนวนค่าสังเกต  
 $\lambda$  เป็นค่าของ Log Likelihood Function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า  $k$  ตัว