บทที่ 4
ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างราคาปิดของหลักทรัพย์กับช่วงเวลาต่างๆ ในอดีตที่ผ่านมา ความผันผวนของข้อมูลและการนำข้อมูลไปพยากรณ์ราคาที่คาดว่าจะเดขึ้นในอนาคต โดยใช้แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์อนุกรมเวลาการทดสอบลักษณะนิ่ง (stationary) ของข้อมูลและทดสอบ Unit Root, แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH), แบบจำลองGeneralized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH), แบบจำลอง ARCH in-mean (ARCH-M), แบบจำลอง GARCH in-mean (GARCH-M) และการตรวจรูปแบบดังต่อไปนี้

4.1 การวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time series analysis)

การวิเคราะห์อนุกรมเวลา เป็นวิธีที่ใช้เพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่เปลี่ยนแปลงไปตามลำดับเวลาที่เกิดขึ้น หรือเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาที่ผ่านไป ลักษณะของการเปลี่ยนแปลงอาจมีหรือไม่มีรูปแบบก็ได้ แต่ถ้าอนุกรมเวลาแสดงให้เห็นรูปแบบการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่ผ่านมาในอดีต ก็จะทำให้สามารถคาดการ ได้ว่าอนาคตลักษณะการเปลี่ยนแปลงควรอยู่ในรูปแบบใดและสามารถพยากรณ์การเปลี่ยนแปลงข้อมูลในอนาคตได้ การวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาจะขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงของเวลาในอดีตเป็นพื้นฐาน (ศิริลักษณ์ เล็กสมบูรณ์, 2531)

4.2 การทดสอบความนิ่งของข้อมูล และการทดสอบ Unit Root

ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งคือค่าข้อมูลที่ค่าเฉลี่ย (mean) และความแปรปรวน (Varience) ของกระบวนการเชิงสุ่มมีค่าคงที่เมื่อเวลาได้เปลี่ยนแปลงไป และค่าความแปรปรวนระหว่างสองคาบเวลาขึ้นอยู่กับความล้าหลัง (lag) ระหว่างคาบเวลาทั้งสอง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงษ์ , 2542) โดยเขียนเป็นสมการดังนี้

ค่าเฉลี่ย : $E(x_t) cons \tan t = \mu$ (4.1)

ความแปรปรวน : $V(x_t) cons \tan t = \sigma^2$ (4.2)

ความแปรปรวนร่วม : $COV(x_t, x_{t+k}) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu) = \sigma_{k-\mu}$ (4.3)

โดยที่แทนข้อมูลอนุกรมเวลาซึ่งเป็นกระบวนการสุ่ม

ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลานั้น ข้อมูลจะต้องมีลักษณะนิ่ง เนื่องด้วยข้อมูลอนุกรมเวลานั้นมาจากกระบวนการสุ่ม (random process) การนำข้อมูลอนุกรมเวลาไปใช้โดยไม่ได้ตรวจสอบว่าข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ถ้าข้อมูลอนุกรมเวลานั้นไม่นิ่งค่าสถิติที่เกิดขึ้นมีการแจกแจงไม่มาตรฐาน (nonstandard distributions) ซึ่งทำให้การนำไปใช้เปรียบเทียบกับค่าในตารางมาตรฐานไม่ถูกต้องเนื่องจากค่าต่างๆ นั้นมีสมมติฐานว่าข้อมูลนั้นมีการแจกแจงมาตรฐาน(standard distributions) ทำให้ลงไปสู่ความเห็นที่ผิดพลาดและความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious regression) กล่าวคือค่า R^2 (residual sum of square) มีค่าสูงมากและได้ค่าสถิติ t (t-statistics) มีนัยสำคัญหรือสูงเกินกว่าความเป็นจริง (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์ และอารี วิบูลย์พงษ์ , 2542)

ในการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาจึงต้องทำการทดสอบว่าข้อมูลที่นำมาใช้มีลักษณะนิ่งหรือไม่ ซึ่งจะใช้ทดสอบ Unit Root โดยในการศึกษานี้จะพิจารณาเฉพาะวิธีของ Dickey-Fuller โดยวิธี DF (Dickey-Fuller Test) และADF(Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งกำหนดโดยสมการดังต่อไปนี้

$$x_t = \rho x_{t-1} + \in_t \qquad (4.4)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \rho = 1$

และ $H_1 : |\rho| < 1$

ถ้ายอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง และการทดสอบสามารถแปลงสมการได้ดังนี้ คือ

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \in_t \qquad (4.5)$$

กรณีมีค่าคงที่ $$\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \in_t \qquad (4.6)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \in_t \qquad (4.7)$$

โดยกำหนดสมมติฐานหลัก $H_0 : \theta = 0$

และสมมติฐานรอง $H_1 : \theta < 0$

การยอมรับ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะไม่นิ่ง แต่ถ้าปฏิเสธ H_0 แสดงว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่ง นอกจากนี้ในสมการ (4.5), (4.6) และ (4.7) นำไปเข้ากระบวนการอัตถดถอย (autoregressive processes) จะได้ดังนี้

กรณีไม่มีค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta x_t = \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi \Delta x_{t-i} + \in_t \qquad (4.8)$$

กรณีมีค่าคงที่ $$\Delta x_t = \alpha + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi \Delta x_{t-i} + \in_t \qquad (4.9)$$

กรณีมีทั้งค่าคงที่และแนวโน้มเวลา $$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \theta x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi \Delta x_{t-i} + \in_t \qquad (4.10)$$

ซึ่งสมการที่ (4.8), (4.9) และ (4.10) เป็นการทดสอบโดยวิธี ADF (Augmented Dickey-Fuller Test) ซึ่งพัฒนามาจากวิธี DF (Dickey-Fuller Test) เพื่อแก้ปัญหา serial correlation ในการตรวจสอบว่าข้อมูลนั้นมีลักษณะนิ่งหรือไม่โดยการเปรียบเทียบค่าสถิติ t ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤติ (critical value) ในตาราง ADF (Enders,1995)

4.3 แบบจำลอง Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH)

ในการวิเคราะห์อนุกรมเวลาส่วนใหญ่แล้วจะมีการกำหนด Stochastic Variable ให้มีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedastic) ซึ่งในการประยุกต์ใช้กับบางข้อมูลนั้นค่าความแปรปรวนของค่าความคาดเคลื่อน (Error Term) จะไม่ใช่ฟังก์ชันของตัวแปรอิสระแต่มีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาขึ้นอยู่กับขนาดของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในอดีต และในบางงานศึกษา เช่น แบบจำลองของเงินเฟ้อ อัตราดอกเบี้ยหรือผลตอบแทนจากตลาดหลักทรัพย์ ในบางคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (Volatility) สูง (และความคาดเคลื่อนขนาดใหญ่) ตามด้วยคาบเวลาที่มีค่าความผันผวน (Volatility) ต่ำ (และมีค่าความคาดเคลื่อนที่มีขนาดเล็ก) สรุปได้ว่าค่าความแปรปรวนของค่าความคาดเคลื่อนจากการถดถอยจะขึ้นอยู่กับค่าความผันผวน (Volatility) ของความคาดเคลื่อนในอดีตที่ผ่านมา (Enders,1995)

ความเป็นไปได้ในการหาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของอนุกรมเวลาไปพร้อมกันนั้นในขั้นต้นการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจะมีความแม่นยำเหนือกว่าการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขมาก ซึ่งจากแบบจำลอง Autoregressive Moving Average (ARMA) ซึ่งแสดงได้ดังสมการ (4.11)

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + \in_t \tag{4.11}$$

และต้องการพยากรณ์ x_{t+1} การพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขของ x_{t+1} ดังนี้ คือ

$$E_t x_{t+1} = a_0 + a_1 x_t \tag{4.12}$$

ถ้าเราใช้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขในการพยากรณ์ x_{t+1} ค่าความคลาดเคลื่อนของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่พยากรณ์ได้ดังสมการ (4.13)

$$E_t\left[\left(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t\right)^2\right] = E_t \in_{t+1}^2 = \sigma^2 \quad (3.13)$$

ถ้าเปลี่ยนไปใช้การพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขแล้ว ผลที่จะใช้เป็นค่าเฉลี่ยในช่วง Long-Run ของลำดับ $\{x_t\}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{a_0}{(1-a_1)}$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขตามสมการ (4.14) คือ

$$E\left\{\left[x_{t+1} - \frac{a_0}{1-a_1}\right]^2\right\} = E\left[\left(\in_{t+1} + a_1 \in_t + a_t^2 \in_{t-1} + a_1^3 \in_{t-2} + \ldots\right)^2\right]$$

$$= \frac{\sigma^2}{(1-a_1^2)} \qquad (4.14)$$

เมื่อ $\frac{1}{(1-a_1^2)} > 1$ ค่าความแปรปรวนที่ได้จากการพยากรณ์อย่างไม่มีเงื่อนไขจะสูงกว่าแบบมีเงื่อนไข ดังนั้น ในการพยากรณ์อย่างมีเงื่อนไขจึงมีความเหมาะสมกว่า ในลักษณะเดียวกันถาความแปรปรวนของ $\{\in_t\}$ ไม่เป็นค่าคงที่ จะสามารถประมาณค่าแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงความแปรปรวนโดยใช้ ARMA model อธิบายได้โดยให้ $\{\hat{\in}_t\}$ แทนส่วนที่เหลือ (Residuals) ที่ได้จากการประมาณจากสมการ (4.11) ดังนั้น ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Variance) ของ x_{t+1} จะได้ดังสมการ (4.15)

$$Var(x_{t+1} \mid x_t) = E_t\left[\left(x_{t+1} - a_0 - a_1 x_t\right)^2\right]$$

$$= E_t \in_{t+1}^2 \qquad (4.15)$$

และจากที่ให้ $E_t \in_{t+1}^2$ เท่ากับ σ_{t+1}^2 จึงแสดงว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขไม่ใช่ค่าคงที่และจะได้แบบจำลองในการประมาณค่าส่วนที่เหลือ (Residuals) ออกมาดังสมการ (4.16)

$$\hat{\in}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\in}_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_q \hat{\in}_{t-q}^2 + V_t \qquad (4.16)$$

เมื่อ V_t = white noise process

ถ้าค่าของ $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_q$ เท่ากับศูนย์ ค่าความแปรปรวนจากการประมาณจะเท่ากับค่าคงที่ α_0 อีกนัยหนึ่ง คือ ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ x_t จะมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับ ในสมการ (4.16) ดังนั้น จะสามารถใช้สมการ (4.16) ในการพยากรณ์ค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขที่เวลา $t+1$ ดังสมการ (4.17)

$$E_t \hat{\in}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\in}_t^2 + \alpha_2 \hat{\in}_{t-1}^2 \ldots + \alpha_q \hat{\in}_{t+1-q}^2 \qquad (4.17)$$

จากเหตุผลที่กล่าวมา สมการที่ (4.16) เรียกว่า Autoregressive Conditional Heteroscedastic (ARCH) model และสมการ (4.17) เป็น ARCH(q) สมการ (4.17) ค่า $E_t \hat{\in}_{t+1}^2$ หรือ σ_{t+1}^2 จะประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือค่าคงที่และความผันผวน (Volatility) ในคาบเวลาที่ผ่านมา ซึ่งเขียนได้เป็นส่วนเหลือกำลังสองของคาบในอดีต(ARCH term)ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ $\left(\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_q\right)$ สามารถหาค่าได้โดยใช้วิธี Maximum Likelihood

4.4 แบบจำลอง Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)

Bollerslev (1986) ได้ขยายมาจาก ARCH model โดยมีขั้นตอน คือให้ค่าความคลาดเคลื่อนจากกระบวนการเป็นดังสมการ (4.18)

$$\in_t = V_t \sqrt{h_t} \qquad (4.18)$$

เมื่อ $\sigma_V^2 = 1$

และ $$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \in_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \quad (4.19)$$

เมื่อ $\{V_t\}$ คือ white noise process ที่เป็นค่าอิสระจากเหตุการณ์ในอดีต $(\in_{t-i})$ ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขและไม่มีเงื่อนไขของ $\in_t$ จะมาจาก h_t ในสมการ (4.19)

GARCH(p,q) นั้นใช้กระบวนการ Autoregressive และ Moving Average ในการหา Heteroscedastic Variance ได้ดังสมการ (4.20)

$$E_{t-1} \in_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \in_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i h_{t-i} \quad (4.20)$$

ถ้ากำหนดให้ค่า $p = 0$ และ $q = 1$ จะได้เป็น ARCH(1) หรือถ้าค่า β_i ทั้งหมดมีค่าเป็น0 แบบจำลอง GARCH(p,q) จะเทียบเท่ากับแบบจำลอง ARCH(q) คุณสมบัติที่สำคัญของแบบจำลอง GARCH คือค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ disturbances ของค่า x_t สร้างขึ้นมาจากกระบวนการ ARMA จึงสามารถคาดได้ว่าส่วนเหลือจากการทำ ARMA จะแสดงถึงรูปแบบคุณลักษณะเดียวกัน เช่น ถ้าการประมาณค่า $\{x_t\}$ ด้วยกระบวนการ ARMA ค่าสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function หรือ ACF) ซึ่งเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่หน่วยเวลาห่างกันของกระบวนการเดียวกันและสหสัมพันธ์ในตัวเองส่วนย่อย (Partial Autocorrelation Function หรือ PACF) ของส่วนเหลือควรจะบ่งถึงกระบวนการ white noise และACF ของกำลังสองของส่วนเหลือนำมาช่วยในการระบุถึงลำดับของกระบวนการ GARCH

4.5 แนวคิดเกี่ยวกับแบบจำลอง ARCH-in-mean (ARCH-M)

พื้นฐานจากแนวคิด ARCH ได้มีการขยายเพื่อให้ค่าเฉลี่ยของลำดับอนุกรมขึ้นอยู่กับความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของตัวเอง ซึ่งเรียกว่า ARCH-M เพื่อที่จะมีความเหมาะสมในการศึกษาโดยมีหลักการพื้นฐาน คือผู้ที่มีลักษณะหลีกเลี่ยงความเสี่ยง(risk averter) จะต้องการชดเชยสำหรับการถือหลักทรัพย์ที่มีความเสี่ยง (risk premium) เมื่อให้ความเสี่ยงในทรัพย์สินสามารถวัดค่าได้จากความแปรปรวนของผลตอบแทน ค่าชดเชยความเสี่ยงจะเป็นฟังก์ชันเพิ่มความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของผลตอบแทน โดย Engle (1987) ได้แสดงแนวคิดนี้โดยนำส่วนที่เหลือของผลตอบแทนจากการถือครองทรัพย์สินที่ความเสี่ยงดังสมการ (4.21)

$$x_t = \mu_t + \in_t \quad (4.21)$$

เมื่อ x_t คือผลตอบแทนส่วนเกินจากการถือครองทรัพย์สินในระยะเปรียบเทียบกับหนึ่งคาบเวลาของผลตอบแทนอ้างอิง

μ_t คือค่าชดเชยความเสี่ยงที่จำเป็นในการโน้มน้าวผู้ที่ลักษณะหลีกเลี่ยงความเสี่ยงให้ถือครองทรัพย์สินในระยะยาวแทนที่จะเป็นแค่คาบเวลาเดียว

$\in_t$ คือ unforecastable shock ของส่วนที่เหลือของผลตอบแทนในการถือทรัพย์สินในระยะยาว

ในการอธิบายสมการ (4.21) จะได้ค่าความคาดหวังของส่วนที่เหลือของผลตอบแทนในการถือครองทรัพย์สินในระยะยาวมีค่าเท่ากับค่าชดเชยความเสี่ยงดังสมการ (4.22)

$$E_{t-1}x_t = \mu_t \tag{4.22}$$

สมมติว่าชดเชยความเสี่ยงเป็นฟังก์ชันเพิ่มความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ $\in_t$ อีกนัยหนึ่ง คอยิ่งค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของผลตอบแทนมีขนาดใหญ่ ผลตอบแทนของการโน้มน้าวให้คนหันมาถือทรัพย์สินในระยะยาวก็ยิ่งมีค่ามกขึ้นตาม ถ้า h_t เป็นความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ $\in_t$ ค่าชดเชยความเสี่ยงสามารถแสดงได้ดังสมการ (4.23)

$$\mu_t = \beta + \delta h_t, \delta > 0 \tag{4.23}$$

เมื่อ h_t คือ ARCH (q) process

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^{q} \alpha_i \in_{t-i}^2 \tag{4.24}$$

จากสมการ (4.21), (4.23) และ (4.24) ประกอบขึ้นเป็นพื้นฐานแบบจำลอง ARCH-M จากสมการที่ (4.21) และ (4.23) คือค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขของ x_t ขึ้นอยู่กับค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของ h_t จากสมการที่ (4.24) ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขได้จากกระบวนการ ARCH (q) ซึ่งเป็นการอธิบายว่า ถ้าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขเป็นค่าคงที่ (เช่นถ้า $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_q = 0$) แบบจำลอง ARCH-M จะกลับไปสู่กรณีเดิมของค่าชดเชยความเสี่ยงคงที่

4.6 แบบจำลอง GARCH-in-mean (GARCH-M)

จากแบบจำลอง GARCH (p,q)ในสมการ (4.19) ความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไขของข้อมูลอนุกรมเวลาขึ้นอยู่กับส่วนเหลือกำลังสองของกระบวนการนี้ (Bollerslev, 1986) ซึ่ง Engle (1987) ขยายแนวคิดนี้โดยให้ค่าเฉลี่ยอย่างมีเงื่อนไขเป็นฟังก์ชันของความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข โดยรู้จักกันในชื่อ GARCH-M ผลตอบแทนจากหลักทรัพย์สามารถแสดงได้ในรูปของแบบจำลอง GARCH (p,q)-M ดังสมการ (4.25) ถึง (4.27)

$$x_t = \mu_t + \delta_1 h_t^{1/2} + \in_t \tag{4.25}$$

$$\frac{\in_t}{\psi_{t-1}} \sim N(0, h_t) \tag{4.26}$$

$$h_t = \omega + \beta_i h_{t-i} + \sum_{i-1}^{q} \alpha_i (\in_{t-i})^2 \tag{4.27}$$

เมื่อ x_t คือผลตอบแทนจากหลักทรัพย์

μ_t คือค่าเฉลี่ย x_t อย่างมีเงื่อนไขต่อข้อมูลในอดีต (ψ_{t-1}) และตามสมการข้อจำกัด $\omega > 0, \alpha_i > 0$ และ $\beta_i \geq 0$ เพื่อให้แน่ใจว่าค่าความแปรปรวนอย่างมีเงื่อนไข (h_t) นั้นเป็นบวก

$h_t^{1/2}$ คือความสัมพันธ์โดยตรงถึง Trade Off ระหว่างความเสี่ยงและผลตอบแทนที่คาดหวัง

ปัจจัยที่มีอิทธิพลอย่างมีนัยสำคัญของความผันผวนในผลตอบแทนจากหลักทรัพย์ สามารถวัดได้ด้วยสัมประสิทธิ์ $h_t^{1/2}(\delta_1)$ ในสมการ (4.25) แสดงแทนดัชนีของความสัมพันธ์ของการหลีกเลี่ยงความเสี่ยง ค่าสัมประสิทธิ์ (δ_1) ที่เป็นบวกอย่างมีนัยสำคัญบอกถึงผู้ลงทุนในหลักทรัพย์เมื่อเผชิญกับระดับความเสี่ยงที่สูงขึ้นก็ต้องการค่าชดเชยความเสี่ยงที่มากขึ้นตามไปด้วย

4.7 การตรวจสอบรูปแบบ (Diagnostic Checking)

การสร้างสมการพร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์แล้วนั้น จะต้องทำการตรวจสอบรูปแบบว่าสมการพยากรณ์ที่ได้มานั้นเหมาะสมหรือไม่และรูปแบบใดของสมการที่ดีที่สุด โดยใช้การทดสอบต่างๆ ดังนี้

4.7.1 การทดสอบ Box-Pierce Q-Statistics

เป็นการทดสอบว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองในส่วนเหลือทุกช่วงเวลาที่ห่างกัน K มีความเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

โดยมีสมมติฐานหลัก $H_o = \rho_1(\hat{a}_t) = \rho_2(\hat{a}_t) = \ldots = \rho_k(\hat{a}_t) = 0$

และสมมติฐานรอง $H_o \neq \rho_1(\hat{a}_t) \neq \rho_2(\hat{a}_t) \neq \ldots \neq \rho_k(\hat{a}_t) \neq 0$

คำนวณตามสมการที่ (4.28)

$$Q - stat = T\sum_{j=1}^{k} P_j^2 \qquad (4.28)$$

เมื่อ P_j คือสหสัมพันธ์ในตัวเองลำดับที่ j โดยที่ $j = 1, \ldots.., k$

T คือจำนวนของค่าสังเกต

ภายใต้ส่วนเหลือจากการประมาณด้วยแบบจำลอง ARMA ค่า $Q - stat$ มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (χ^2) ด้วยระดับความเป็นอิสระ(Degree of Freedom) เท่ากับจำนวนสหสัมพันธ์ลบด้วยจำนวนของพารามิเตอร์ Autoregressive (AR) และ Moving Average (MA) ที่ได้มาจากการประมาณหรือ $k - m$

จะยอมรับสมมติฐานหลัก $Q - stat \leq \chi^2_{\alpha,k-m}$ เมื่อ คือส่วนเหลือเป็นอิสระต่อกันที่ความล่า k และถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $Q - stat > \chi^2_{\alpha,k-m}$ คือเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองอย่างน้อยหนึ่งค่าในส่วนเหลือที่ไม่เท่ากับศูนย์

4.7.2 เกณฑ์การเลือกรูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด (Information Criterion)

ในการหารูปแบบของแบบจำลอง เมื่อ ได้ รูปแบบของแบบจำลองที่ดีที่สุด โดยการพิจารณาค่า Akaike Information Criterion (AIC) รูปแบบที่ให้ค่าAIC น้อยที่สุด เป็นรูปแบบที่ดีที่สุดดังนี้

Akaike Information Criterion (AIC) $= -2\lambda/\eta + 2k/\eta$ (4.29)

โดยที่ k เป็นจำนวนของพารามิเตอร์ที่ทำการประมาณค่า

η เป็นจำนวนค่าสังเกต

λ เป็นค่าของ Log Likelihood Function ที่ใช้พารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่า k ตัว