บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 ทฤษฎีการวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

ในการนำข้อมูลอนุกรม มาใช้เพื่อการวิเคราะห์ เราจำเป็นต้องมีการพิจารณาข้องมูลที่ได้ว่ามีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) หรือไม่ หากข้อมูลเป็นอนุกรมเวลาแล้ว เราจำเป็นต้องทำการทดสอบ ว่าข้อมูลที่ได้มามีลักษณะของการสมดุลเชิงสถิติ (statistical equilibrium) หมายถึง ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง ค่าเฉลี่ย(means) และความแปรปรวนจะต้องมีค่าคงที่ (constant) เมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป และ ค่าความแปรปรวนร่วม (covariance) ขึ้นอยู่ระหว่างคาบเวลาเท่านั้นไม่ขึ้นอยู่กับเวลาที่เกิดขึ้นจริง เราจะเรียกข้อมูลอนุกรมเวลาลักษณะนี้ว่า ข้อมูลที่มีลักษณะนิ่ง (stationary) และถ้า ไม่เกิดลักษณะดังกล่าวจะเรียกข้อมูลนี้ว่าเป็นข้อมูลที่มีลักษณะไม่นิ่ง ซึ่งจะทำให้เกิดปัญหาในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของสมการเป็นความสัมพันธ์ไม่แท้จริงซึ่งไม่สามารถยอมรับได้ในเชิงสถิติ โดยทำการทดสอบอนุกรมเวลาที่มีลักษณะนิ่งหรือไม่นิ่ง ดังนี้

1) เมื่อ $x_t , x_{t+1} , x_{t+2} , \ldots , x_{t+n}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา t ,t+1 , t+2 , ... , t+n

2) เมื่อ $x_{t+m} , x_{t+m+1} , x_{t+m+2} , \ldots , x_{t+m+n}$ เป็นข้อมูลอนุกรมเวลาที่เวลา t+m , t+m+1 , t+m+2 , … , t+m+n

3) กำหนดให้ $P(x_t , x_{t+1} , x_{t+2} , \ldots x_{t+k})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม $f(x_t) , f(x_{t+1}) , f(x_{t+2}) , \ldots , f(x_{t+n})$

4) กำหนดให้ $P(x_{t+m} , x_{t+m+1} , x_{t+m+2} , \ldots , x_{t+m+n})$ เป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วม $f(x_{t+m}), f(x_{t++m+1}) , f(x_{t++m+2}) , \ldots , f(x_{t+m+n})$

จากข้อกำหนดทั้ง 4

ข้อมูลอนุกรมเวลาจะมีลักษณะนิ่ง (Stationary) เมื่อ

$$P(x_t , x_{t+1} , x_{t+2} , \ldots x_{t+k}) = P(x_{t+m} , x_{t+m+1} , x_{t+m+2} , \ldots , x_{t+m+n})$$

ข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะไม่นิ่ง (Non-Stationary) เมื่อ

$$P(x_t , x_{t+1} , x_{t+2} , \ldots x_{t+k}) \neq P(x_{t+m} , x_{t+m+1} , x_{t+m+2} , \ldots , x_{t+m+n})$$

โดยการทดสอบอนุกรมเวลานี้ ใช้แบบจำลองของ บ๊อก-เจนกินส์ (Box-Jenkins Model) จะพิจารณาที่ค่าสัมประสิทธ์ของตัวเอง (Autocorrelation Coefficient Functio:ACF) เมื่อทำการทดสอบแล้ว ค่า correlation (ρ) ที่ได้มีค่าใกล้เคียง 1 จะส่งผลให้การพิจารณาโดยวิธี ACF มีค่าความคลาดเคลื่อนสูง ดังนั้น จึงได้มีการพัฒนาการทดสอบข้อมูลว่ามีลักษณะนิ่งหรือไม่โดย ดิกกี้-ฟูเลอร์ (Dickey-Fuller) เสนอทฤษฏี การทดสอบยูนิรูท (Unit Root Test)

เมื่อข้อมูลอนุกรมเวลาที่นำมาวิเคราะห์ทดสอบแล้วมีลักษณะนิ่ง (stationary) จะทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (cointegration relationship) และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระยะสั้น (error correction mechanism)

1) การทดสอบความนิ่งของข้อมูลหรือยูนิทรูท (Unit Root Test)

วิธีการทดสอบ Unit Root เพื่อตรวจสอบข้อมูลอนุกรมเวลา ที่ทำการศึกษาว่ามีลักษณะนิ่ง (Stationary) หรือไม่นิ่ง (Non–Stationary) เพื่อข้อมูลที่นำมาใช้จะไม่เกิดปัญหา โดยใช้วิธีดังนี้

1.1) Augmented Dicky-Fuller Unit Root Tests (ADF Tests)

จะเป็นการทดสอบตัวแปร ในกรณีที่ข้อมูลเป็น serial correlation โดยการเพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Process) $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \delta_i \, \Delta X_{t-i}$ เข้าไปในสมการของ DF

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \rho X_{t-1} + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \delta_i \, \Delta X_{t-i} + e_t \tag{1}$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = a + \rho X_{t-1} + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \delta_i \, \Delta X_{t-i} + e_t \tag{2}$$

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = a + b\mathrm{t} + \rho X_{t-1} + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \delta_i \, \Delta X_{t-i} + e_t \tag{3}$$

โดยกำหนดให้

X_t , X_{t-1} คือ ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรอิสระ ณ เวลา t และ t – 1

a, b , ρ , δ คือ ค่าพามิเตอร์

t คือ แนวโน้มเวลา

e_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random Error)

ขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Process) $\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \delta_i \, \Delta X_{t-i}$ ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของข้อมูลอนุกลมเวลาแต่ละการทดสอบหรือขบวนการถดถอยในตัวเอง(Autoregressive Process) เข้าไปได้จนกว่าค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา Serialcorrelation จำนวนของตัวแปรล่า (Lagged Difference Terms, p) ที่จะนำเข้ามาร่วมในสมการนั้น จะต้องมีมากพอที่จะทำให้ตัวแปรความคลาดเคลื่อน(Error Terms) มีลักษณะเป็นอิสระต่อกัน (Serially Independent) สมการ (1) , (2) , (3) แล้วจะเรียกว่า Augmented Dicky-Fuller(ADF Test) ซึ่งค่าสถิติทดสอบ ADF จะมี

การแจกแจงเชิงเส้นกำกับ (Asymptotic Distribution) เหมือนกับค่าสถิติ DF ดังนั้นก็สามารถใช้ค่าวิกฤต (Critical Value) แบบเดียวกันได้ (Gujarati, 1995 Quoted in Dimitrova, 2005)

โดยในการทดสอบสมมติฐานทั้งวิธี Dicky-Fuller Test (DF Test) และ Augmented Dicky-Fuller (ADF Test) จะทดสอบเพื่อให้ทราบว่าตัวแปรที่ศึกษานั้นมียูนิทรูทหรือไม่ สามารถพิจารณาได้จากค่า $\rho = 0$ แสดงว่าตัวแปรที่พิจารณามียูนิทรูท

สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบ คือ

H_0 : $\rho = 0$ จะถือได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลา X_t เป็น มีลักษณะเป็น Non-stationary

H_1 : $\rho < 0$ จะถือได้ว่าข้อมูลอนุกรมเวลา X_t เป็น มีลักษณะเป็น Stationary

สามารถทดสอบสมมติฐานได้โดยการเปรียบเทียบค่า t-statistic ที่คำนวณได้กับค่าในตาราง Dicky-Fuller ซึ่งค่า t-statistic โดยต้องกำหนดระดับนัยสำคัญที่จะทำการทดสอบ ไปเปรียบเทียบกับตาราง Dicky-Fuller ณ ระดับต่างๆ ถ้าสามารถยอมสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ ได้แสดงว่า ตัวแปรที่นำมาทดสอบมีลักษณะไม่นิ่ง และถ้าสามารถปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ แปลว่า ยอมรับ $H_1 : \rho < 0$ ได้แสดงว่าตัวแปรที่นำมาทดสอบมีลักษณะนิ่ง

1.2) Dicky Fuller Test with GLS Detrending Z(DF-GLS Tests)

ในรูปแบบโครงสร้างของทฤษฎี Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin ความเป็นไปได้ที่น่าจะเป็นที่สุด ในกรณีที่ไม่รู้ ค่าพารามิเตอร์ *b* แนวโน้มการประมาณรูปแบบฟังก์ชั่นได้อยู่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือกรณี $\overline{\emptyset} = 1 + \frac{a}{T}$ โดย Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin จะใช้ข้อมูลอย่างละเอียดในการวิเคราะห์เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดใน รูปแบบของ ADF Tests เราจะเรียกรูปแบบนี้ว่า DF-GLS Tests

ใช้แนวโน้มพารามิเตอร์ $\hat{b}$ ในการประมาณค่า โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$X_t^d = X_t - \hat{b}\, D_t \tag{4}$$

ใช้ข้อมูลของ Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin ในการประมาณค่าโดย ใช้กำลังสองน้อยสุด และทำการทดสอบสมการถดถอย ด้วยวิธี ADF โดยต้องไม่ละเลยตัวแปรที่มีอิทธิผลต่อสมการถดถอย

$$\Delta X_t^d = X_t + X_{t-1} = \rho X_{t-1} + \sum_{i=1}^{d} \delta_i \, \Delta X_{t-i} + e_t \tag{5}$$

ในการคำนวณ ค่า t–statistic ในการทดสอบนี้ ρ = 0 Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin ได้สรุปไว้ว่าการกระจายตัวของข้อมูล DF-GLS จะมีค่าใกล้เคียงกับการทดสอบโดยวิธี ADF แต่จะมากกว่าวิธีทดสอบ DF นอกจากนั้น Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin ยังได้กล่าวไว้ว่า การทดสอบ DF-GLS มีความสามารถในการทดสอบเทียบเท่ากับวิธี ERS tests เมื่อ

$$\overline{\emptyset} = \begin{cases} 1 - \frac{7}{T} & a = -7 \text{ ถ้า } D_t = 1 \\ 1 - \frac{13.5}{T} & a = -13.5 \text{ ถ้า } D_t = [1, t] \end{cases}$$

1.3) Phillips-Perron Unit Root Tests (PP Tests)

Phillips และ Perron (1998) มีการคิดค้นพัฒนาดัดแปลงทฤษฎีการทดสอบความนิ่งของข้อมูลอนุกรมเวลาจากวิธี ADF จนกลายเป็นวิธีสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลาแบบใหม่ซึ่งเรียกว่า Phillips และ Perron (PP) unit root tests โดยมีการใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งวิธีของ Phillips และ Perron แตกต่างกับวิธี ADF ตรงที่ ADF มีแนวหลักหลักการจัดการความสัมพันธ์ข้อมูลอนุกรมเวลาจากการเกิด Autoregression (ค่า Error term ของข้อมูลมีความสัมพันธ์กัน) และ Heteroskedastic (ความแปรปรวนของข้อมูลมีค่าไม่คงที่)โดย ADF เพิ่มขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Process) $\sum_{i=1}^{p} \delta_i \, \Delta X_{t-i}$ เข้าไปในสมการของ DF จนทำให้ Error trams ของแบบจำลองมีอิสระต่อกัน(ไม่เกิดปัญหา Autoregression) แต่วิธี Phillips และ Perron (PP) unit root tests ไม่สนใจ ความสัมพันธ์ ของข้อมูลอนุกรมเวลาที่ใช้ในการทดสอบสมการถดถอย ในการทดสอบสมการถดถอย ซึ่งสมการถดถอยโดยวิธี PP มีดังนี้

$$\Delta X_t = bD_t + \pi Y_{t-1} + e_t \tag{6}$$

เมื่อ e_t, I(0) พจน์ Error Terms มีการเคลื่อนไหวแบบผิดปกติ และอาจจะมีปัญหา Heteroskedastic โดย PP tests มีการแก้ไขความสัมพันธ์ของข้อมูลอนุกรมเวลาและปัญหา Heteroskedastic ในพจน์ของ Error terms (e_t) โดยการปรับปรุงการทดสอบทางสถิติใหม่ดังนี้

$$Z_t = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2}} * t_{\pi=0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\hat{\lambda}^2 + \hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2}\right) * \left(\frac{T.\ SE(\pi)}{\hat{\sigma}^2}\right) \tag{7}$$

$$Z_\pi = T_{\hat{\pi}} - \frac{1}{2}\frac{T^2.\ SE(\pi)}{\hat{\sigma}^2}\left(\hat{\lambda}^2 + \hat{\sigma}^2\right) \tag{8}$$

พจน์ของ σ^2 และ λ^2 ใช้ในการประมาณความสอดคล้องของความแปรปรวนระยะยาว

$$\lambda^2 = \lim_{T \to \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^{T} E(e_t^2) \tag{9}$$

$$\lambda^2 = \lim_{T \to \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^{T} E(T^{-1} S_T^2) \tag{10}$$

โดยกำหนดให้ $S_T = \sum_{t=1}^{T} e_t$

σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนปกติของ e_t โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดในการประมาณ e_t

λ^2 คือ ค่าความแปรปรวนปรับปรุงโดยวิธี ความแปรปรวนระยะยาวของ Newey West ในการประมาณ e_t

ข้อดีของ PP tests ดีกว่า ADF tests มีสองข้อดังนี้

1) PP tests สามารถจัดการกับปัญหา Heteroskedastic โดยมุ่งศึกษาไปที่ Error term e_t โดยตรง

2) PP tests จะไม่มีปัญหาความคลาดเคลื่อนระยะยาวของสมการถดถอย

1.4) Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin Unit root tests (KPSS Tests)

จากทฤษฎี ADF และ PP unit root tests ทั้งสองวิธี มีการกำหนดสมมติฐานหลักในการทดสอบความนิ่งของข้อมูลอนุกรมเวลาแบบเดียวกัน Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (1992) จึงได้นำเสนอวิธีทดสอบ ซึ่งแตกต่างไปจาก ทฤษฎี ADF และ PP ซึ่งมีสมการดังนี้

$$x_t = b\mathrm{D}_t + E_t + e_t \tag{11}$$

$$E_t \quad E_{t-1} + \varepsilon_t , \tag{12}$$

$$\text{KPSS} = \frac{\left(T^{-2} \sum_{t=1}^{T} \hat{s}_T^2\right)}{\lambda^2} \tag{13}$$

เมื่อกำหนดให้ $\hat{s}_t = \sum_{j=1}^{t} \hat{e}_t$

$\hat{e}_t$ = ค่า residual ของสมการถดถอย

λ^2 = ค่าประมาณการสอดคล้องของความแปรปรวนระยะยาว

ภายใต้เงื่อนไข $X_t \sim \mathrm{I}(0)$ พจน์ Error Terms ไม่มีการเคลื่อนไหวแบบผิดปกติ Kwiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin ได้แสดงให้เห็นว่า การทดสอบโดยใช้ KPSS เมื่อข้อมูลมีแนวโน้มการเคลื่อนไหวด้วยทิศทางไม่แน่นอน (Brownian motion) ตัวพารามิเตอร์ที่มีอิทธิพลมากสุดคือ พจน์ของ X_t โดยไม่ขึ้นกับ ค่าสัมประสิทธิ์ b กรณี $\mathrm{D}_t = 1$

$$\text{KPSS} \overset{d}{\rightarrow} \int_0^1 V_1(\mathrm{r})\, dr \tag{14}$$

เมื่อ $V_1(\mathrm{r}) = W(\mathrm{r}) - \mathrm{r}\, W(1)$ และ $W(\mathrm{r})$ มีการเคลื่อนที่ด้วยทิศทางไม่แน่นอน (Brownian motion) $\mathrm{r} \in [\,0,1\,]$ กรณี $\mathrm{D}_t = [\,1, t\,]$

$$\text{KPSS} \overset{d}{\rightarrow} \int_0^1 V_2(\mathrm{r})\, dr \tag{15}$$

การทดสอบทางสถิติ จะพิสูจน์ ระดับความสำคัญทางสถิติ ด้านขวาเพียงด้านเดียว (one-sided right-tailed test) เมื่อทดสอบที่ระดับช่วยความเชื่อมั่น 100.α % (α ค่านัยสำคัญ)

KPSS tests สมการ (16) มีการกำหนดสมมติฐานหลักตรงกันข้ามกับการทดสอบรูปแบบอื่นคือ สมมติฐานหลักกำหนดให้ข้อมูลมีลักษณะนิ่ง ดังนั้นถ้าค่า KPSS มีค่าน้อยว่าค่าวิกฤต ณ ช่วงความเชื่อมั่น 100 . (1- α) % (α ค่านัยสำคัญ) จะสรุปได้ว่าข้อมูล มีลักษณะนิ่ง Stationary

1.5) Elliot, Rothenberg and Stock Point Optimal Tests(ERS Tests)

$$P_T = \frac{(SSR(\bar{a}) - (\bar{a})SSR(1))}{\lambda^2} \tag{16}$$

โดยกำหนดให้ λ^2 = ค่าประมาณการสอดคล้องของความแปรปรวนระยะยาว

สำหรับการทดสอบ ERS จะแบ่งการทดสอบ P_T เป็น2กรณีคือ D_t = 1 และ D_t = $[1, t]$ จะจะทดสอบค่าวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญที่ระดับ 1%, 2.5%, 5% และ 10%

$$\overline{\emptyset} = \begin{cases} 1 - \frac{7}{T} & a = -7 \text{ ถ้า } D_t = 1 \\ 1 - \frac{13.5}{T} & a = -13.5 \text{ ถ้า } D_t = [1, t] \end{cases}$$

1.6) Ng and Perron (NP Tests)

Ng and Perron (2001) สร้างสมการทดสอบสถิติ โดยอาศัยแนวคิดพื้นฐานของทฤษฎี GLS detrended และ ERS มาใช้ในการปรับปรุง PP tests ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น หรือจะเรียกอีกแบบว่า efficient modified PP tests โดยจะไม่แสดงค่าความคาดเคลื่อนที่รุนแรงเหมือน PP tests สำหรับข้อผิดพลาดที่มีขนาดใหญ่ที่มีค่าเป็นลบ MA หรือ AR root และสมการทดสอบ ของ Ng and Perron จะมีความน่าเชื่อถือมากกว่า PP tests เมื่อ a มีค่าเข้าใกล้ 1 ใช้ GLS detrended data X_t เพื่อกำหนด efficient modified PP tests ดังนี้

$$\overline{\mathrm{MZ}}_\alpha = (T^{-1}X_T - \lambda^2)[2T^{-2} \textstyle\sum_{t=1}^{T} X_{t-1}]^{-1} \tag{17}$$

$$\overline{\mathrm{MSB}} = \left[\frac{T^{-2} \sum_{t=1}^{T} X_{t-1}}{\lambda^2}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{18}$$

$$\overline{\mathrm{MZ}}_t = \overline{\mathrm{MZ}}_\alpha \times \overline{\mathrm{MSB}} \tag{19}$$

ค่าสถิติ $\overline{\mathrm{MZ}}_\alpha$ และ $\overline{\mathrm{MSB}}$ ในรูปแบบของ efficient modified PP ใช้ z_α และ z_t สถิตในการทดสอบจะมีคลาดเคลื่อนเล็กมากที่ค่าเฉลี่ยความผิดพลาดเชิงลบ Ng and Perron ใช้การแจกแจงของสถิตินี้ภายใต้เงื่อนไข $\overline{\emptyset}$ = 1 - $\frac{a}{T}$ เนื่องจากเป็นค่าความผิดพลาดเชิงลบสำหรับ D_t = 1 และ $\frac{\mathrm{D}_t}{\mathrm{MZ}_t}$ = $[1, t]$ Ng and Perron ได้แสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของ $\overline{\mathrm{MZ}}_t$ มีค่าเท่ากับ DF-GLS t-test

2) Vector Autoregression (VAR)

Johansen and Dinardo (1997) ได้กล่าว ถ้าเรามี column vector ซึ่งมีตัวแปรที่แตกต่างกัน n ตัว $x_t = [x_{1t}, x_{2t}, \ldots, x_{nt}]$ และเราสามารถสร้างแบบจำลองของเวคเตอร์นี้ในรูปของค่าที่ผ่านมาในอดีตของเวคเตอร์ดังกล่าวนี้ จะได้ Vector autoregression หรือ VAR สามารถเขียนได้ดังนี้

$$x_t = a + A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + \ldots + A_px_{t-p} + £_t \quad (20)$$

โดยกำหนดให้ $A_i = n \times n$ matrix ของสัมประสิทธิ์

$M = n \times 1$ vector ของค่าคงที่ (constants)

$£ = n \times 1$ ของ white noise process โดยที่คุณสมบัติดังนี้

$E(£_t) = 0$ สำหรับทุกค่าของ t

$$E(£_t, £'_s) = \begin{cases} \Omega \ ; s = t \\ 0 \ ; s \neq t \end{cases} \quad (21)$$

โดยที่ Ω = เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมโดยมีสมมติกำหนดให้เป็นบวกเสมอ(positive definite สำหรับ $£_t$ นั้นมีลักษณะ serially uncorrelated แต่อาจจะเป็น contemporaneously correlated ได้ (Johansen and Dinardo, 1997)

วิธีการของ VAR นี้คล้ายกับ simultaneous – equation modeling สามารถทดสอบตัวแปรหลายตัว (several endogenous variables) ทีเดียวพร้อม ๆ กัน โดยที่วิธีการของ VAR นั้นตัวแปรภายใน (endogenous variables) จะถูกอธิบายโดยค่าล้าหลัง (lagged values) หรือค่าในอดีต (past values) ของตัวแปรภายใน (endogenous variables) นั้นและค่าล้าหลัง (lagged values) ของตัวแปรภายในอื่น ๆ (all other endogenous variables) ในแบบจำลองVARโดยปกติแล้วจะไม่มีค่าตัวแปรภายนอก (exogenous variables) (Gujarati,2003)

Enders (1995) ได้เสนอแบบจำลองที่มีสองตัวแปร ดังนี้

$$x_t = a_{10} - a_{12}y_t + \beta_{1t}x_{t-1} + \beta_{12}y_{t-1} + £_{xt} \quad (22)$$

$$y_t = a_{20} - a_{21}x_t + \beta_{2t}x_{t-1} + \beta_{22}y_{t-1} + £_{yt} \quad (23)$$

โดยกำหนดสมมติฐานให้

1) ทั้ง x_t และ y_t จะมีลักษณะนิ่ง (stationary)

2) $£_{xt}$ และ $£_{yt}$ คือ white noise disturbance โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) เท่ากับ λ_x และ λ_y ตามลำดับ

3) $\{£_{xt}\}$ และ $\{£_{yt}\}$ จะเป็น uncorrelated white–noise disturbances

สมการ (22) และ (23) ก็คือ first – order vector autoregression (VAR) เนื่องจากความยาวของความล่า (lag length) ที่ยาวที่สุดมีค่าเท่ากับ 1 โครงสร้างของระบบได้รวมข้อมูลที่สะท้อนกลับ (feed back) เนื่องจาก x_t และ y_t ถูกกำหนดให้มีผลกระทบซึ่งกันและกันยกตัวอย่างเช่น $-a_{12}$ ก็คือผลกระทบในช่วงเวลาเดียวกัน(หรือในเวลาเดียวกัน) ของการเปลี่ยนแปลงของ y_t ต่อ x_t และ β_{21} ก็คือผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงใน x_{t-1} หนึ่งหน่วยต่อ y_t โปรดสังเกตว่า $£_{xt}$ และ $£_{yt}$ คือ pure innovations (หรือ shocks) ใน x_t และ y_t ตามลำดับ และถ้า a_{21} ไม่เท่ากับศูนย์ $£_{xt}$ ก็จะมีผลกระทบซึ่งเกิดขึ้นในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม (an indirect contemporaneous effect) ต่อ y_t และถ้า a_{12} ไม่เท่ากับศูนย์ $£_{yt}$ ก็จะมีผลกระทบในเวลาเดียวกันโดยทางอ้อม (an indirect contemporaneous effect)

สมการ (22) และ (23) ไม่ใช่สมการรูปแบบย่อรูป (reduced – form equations) เนื่องจาก x_t มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ x_t และ y_t มีผลกระทบในเวลาเดียวกันต่อ x_t จากสมการ (22) และ (23) เราเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} \\ a_{21} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} £_{xt} \\ £_{yt} \end{bmatrix} \quad (24)$$

หรือ $Bx_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 x_{t-1} + £_t$ (25)

โดยกำหนดให้

$$B = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} \\ a_{21} & 1 \end{bmatrix}, x_1 = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}, \Gamma_t = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix}, \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix}, \varepsilon_t = \begin{bmatrix} £_{xt} \\ £_{yt} \end{bmatrix}$$

คูณข้างหน้าด้วย B^{-1} จะทำให้เราได้แบบจำลอง vector autoregressive (VAR) ในรูปแบบมาตรฐานคือ

$$x_t = B_0 + B_t x_{t-1} + e_t \quad (26)$$

โดยกำหนดให้

$B_0 = B^{-1}\Gamma_0$

$B_t = B^{-1}\Gamma_t$

$e_t = B^{-1}£_t$ (Enders ,1995)

โดยกำหนดสัญลักษณ์ดังนี้

b_{io} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (vector) B_0

b_{ij} = สมาชิกใน row ที่ i และ column ที่ j ของเมทริกซ์ B_1

e_{it} = สมาชิกที่ i ของเวกเตอร์ (vector) e_i

การใช้สัญลักษณ์ใหม่ทำให้เราสามารถเขียนสมการ (21) และ (22) ได้ใหม่ดังนี้

$$x_t = b_{10} + b_{11}x_{t-1} + b_{12}y_{t-1} + e_{1t} \quad (27)$$

$$y_t = b_{20} + b_{21}x_{t-1} + b_{22}y_{t-1} + e_{2t} \quad (28)$$

สมการ (22) และ (23) เราเรียกว่า structural VAR หรือ primitive system ส่วนสมการ (27) และ (28) เราเรียกว่า VAR ในรูปแบบมาตรฐาน (standard form) และต้องไม่ลืมความคลาดเคลื่อน (error terms) ซึ่ง e_{1t} และ e_{2t} จะประกอบไปด้วย shocks $\pounds_{xt}$ และ $\pounds_{yt}$ และเนื่องจาก $e_t = B^{-1}\pounds_t$

$$e_{1t} = (\varepsilon_{xt} - a_{12}\pounds_{yt})/(1 - a_{12}a_{21}) \tag{29}$$

$$e_{2t} = (\varepsilon_{yt} - a_{21}\pounds_{xt})/(1 - a_{12}a_{21}) \tag{30}$$

เนื่องจาก $\pounds_{xt}$ และ $\pounds_{yt}$ เป็น white–noise process สิ่งที่ตามมาก็คือว่า e_{1t} และ e_{2t} ค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่หรือหรือคงตัว (constant variances) และไม่มี serial correlation ในแต่ละตัว ในการหาคุณสมบัติของ $\{e_{1t}\}$ เราสามารถหาได้โดยการหาค่าคาดหมาย (expected value) ของสมการ (28) ซึ่งจะได้

$$Ee_{1t} = E(\pounds_{xt} - a_{12}\pounds_{yt})/(1 - b_{12}b_{21}) = 0 \tag{31}$$

ความแปรปรวน (variance) ของ e_{1t} จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Ee_{1t}^{\,2} &= E\,[(\pounds_{xt} - a_{12}\pounds_{yt})/(1 - a_{12}a_{21})]^2 \\ &= (\lambda^2_x + a^2_{12}\lambda^2_y)/(1-a_{12}a_{21})^2 \end{aligned} \tag{32}$$

จะเห็นได้ว่าความแปรปรวนของ e_{1t} เป็นอิสระกับเวลา (time – independent) auto covariance ของ e_{1t} และ e_{1t-i} คือ

$$E\,e_{1t}\,e_{1t-i} = E[(\pounds_{xt} - a_{12}\pounds_{yt})/(\varepsilon_{xt-i} - a_{12}\pounds_{yt-i})] / (1 - b_{12}b_{21})^2 = 0 \quad \text{สำหรับ } I \neq 0 \tag{33}$$

จะเห็นได้ว่า e_{1t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่ (constant variance) และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์และเราก็สามารถแสดงให้เห็นว่า e_{2t} เป็น stationary process ด้วยค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนคงที่ (constant variance)และมี autocovariances ทั้งหมดเท่ากับศูนย์เช่นกัน(Enders,1995) สิ่งสำคัญที่สุดคือ e_{1t} และ e_{2t}นั้นมีสหสัมพันธ์กัน ความแปรปรวนร่วม (covariance) ของทั้งพจน์ดังกล่าวสามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E(e_{1t}e_{2t}) &= E[(\pounds_{xt} - a_{12}\pounds_{yt})/(\pounds_{xt-i} - a_{21}\pounds_{yt})] / (1 - a_{12}a_{21})]^2 \\ &= -(a_{21}\lambda^2_x + a_{12}\lambda^2_y)/(1 - a_{12}a_{21})^2 \end{aligned} \tag{34}$$

โดยปกติแล้วสมการ (34) จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น shocks ทั้งสองจึงมีความสัมพันธ์กัน ของความสัมพันธ์ในสมการ (34) จะมีเท่ากับศูนย์ก็ต่อเมื่อ $a_{12} = a_{21} = 0$ นั่นคือ ถ้าไม่มีผลกระทบในเวลาเดียวกัน (contemporaneous effects) ของ x_t ต่อ y_t และ y_t ต่อ x_t นั่นคือ shocks ทั้งสองก็จะไม่มีความสัมพันธ์กัน

Enders (1995) ได้นิยามเมทริกซ์ความแปรปรวน ความแปรปรวนร่วม (variance – covariance matrix) ของ e_{1t}และ e_{2t} ดังนี้

$$\Sigma \quad = \begin{bmatrix} var(e_{1t}) & cov(e_{1t}, e_{2t}) \\ cov(e_{1t}, e_{2t}) & var(e_{2t}) \end{bmatrix} \tag{35}$$

เนื่องจากสมาชิกทั้งหมดของ Σ ไม่ขึ้นกับเวลา (time - independent) เราสามารถจะเขียน Σ ในรูปแบบใหม่ ได้ดังนี้

$$\Sigma \quad = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_2^2 \end{bmatrix} \tag{36}$$

โดยกำหนดให้ var(e_{it}) = λ_i^2 และ $\lambda_{12} = \lambda_{21} =$ cov (e_{1t}, e_{2t}) (Enders , 1995)(ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

3) Impulse Response Function

ถ้า autoregression มี moving average อยู่ เราก็สามารถเขียน vector moving average (VMA) เขียนสมการ (26) ในรูปแบบ VMA ได้ดังนี้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^i e_{t-i} \tag{37}$$

ลักษณะของตัวแปร x_t และ y_t ถูกเขียนในรูปของค่าในปัจจุบันและในอดีตของ shocks ทั้งสองชนิดนั่นคือ e_{1t} และ e_{2t}นั่นเอง VMA representation นี้เป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของระเบียบวิธีของ Sims (1980) ทำให้เราสามารถหา time path ของ shocks ต่างๆ ที่มีต่อตัวแปรที่อยู่ในระบบ VAR และเพื่อทำให้การอธิบายเข้าใจง่ายขึ้น เราจะใช้สมการ 2 ตัวแปร และเป็นแบบจำลองแบบ first-order ในการอธิบาย โดยเริ่มต้นจากการเขียนสมการ (27) และ (28) ในรูปแบบของเมทริกซ์ซึ่งจะได้

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t-i} \\ e_{2t-i} \end{bmatrix} \tag{38}$$

และใช้สมการ (29) จะได้

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \tag{39}$$

จากสมการที่ (39) เป็นการแสดงตัวแปร x_t และ y_t ในเทอมของ {e_{1t}} และ {e_{2t}} sequences เมื่อเราต้องการความละเอียด จะใช้สมการ (31) ในรูปของ {$£_{xt}$} และ {$£_{yt}$} sequences

จากสมการ (29) และ (30) เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน (vector of errors) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-a_{12}a_{21})} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} £_{xt} \\ £_{yt} \end{bmatrix} \tag{40}$$

แทนค่าสมการ (32) ลงในสมการ (31) จะได้

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} \left[\frac{1}{(1-a_{12}a_{21})}\right] + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xt} \\ e_{yt} \end{bmatrix}$$

เพื่อให้รูปแบบง่ายขึ้น เราจะนิยาม 2×2 เมทริกซ์ (matrix) α_i ด้วยสมาชิก $\alpha_{jk}(i)$ ดังนี้

$$\alpha_i = \left[\frac{A_1^i}{(1-a_{12}a_{21})}\right] \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น moving average representation ของสมการ (38) และ (39) สามารถเขียนในพจน์ของ$\{£_{xt}\}$ และ $\{£_{yt}\}$ sequences ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \alpha_{11}(i) & \alpha_{12}(i) \\ \alpha_{21}(i) & \alpha_{22}(i) \end{bmatrix}^i \begin{bmatrix} £_{xt-i} \\ £_{yt-i} \end{bmatrix} \quad (41)$$

หรือทำให้รูปแบบสั้นกว่านี้จะได้

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i £_{t-i} \quad (42)$$

เราใช้ moving average representation เป็นวิธีตรวจสอบปฏิกิริยาระหว่างกันของ$\{x_t\}$และ$\{y_t\}$sequences สัมประสิทธิ์ α_i จะสามารถที่จะสร้างผลกระทบของ $£_{xt}$ และ $£_{yt}$ shocks ต่อ time path ทั้งหมดของ$\{x_t\}$และ$\{y_t\}$ sequences ถ้าเราเข้าใจสัญลักษณ์ เราจะเห็นว่า สมาชิกทั้ง 4 ซึ่งคือ $\alpha_{jk}(0)$ ก็คือ ตัวคูณผลกระทบ (impact multipliers) นั่นเอง ยกตัวอย่างเช่น สัมประสิทธิ์ $\alpha_{12}(0)$ ก็คือ ผลกระทบที่เกิดขึ้นรวดเร็วของการเปลี่ยนแปลงใน $£_{zt}$ หนึ่งหน่วยที่มีต่อ x_t ในลักษณะเดียวกัน สมาชิก $\alpha_{11}(1)$ และ $\alpha_{12}(1)$ ก็คือผลตอบสนอง (response) 1 ช่วงเวลาของการเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วยใน $£_{xt-1}$ และ $£_{yt-1}$ ต่อ x_t ตามลำดับ และถ้าเราเพิ่มเวลาขึ้นอีก 1 ช่วงเวลา ก็หมายความว่า $\alpha_{11}(1)$ และ $\alpha_{12}(1)$ ก็จะเป็น ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง 1 หน่วยใน $£_{xt}$ และ $£_{yt}$ ต่อ $£_{xt-1}$ (Enders, 1995)

Gujarati (2003) กล่าวว่า stochastic error terms นั้นในภาษา VAR เราจะเรียกว่า shocks, impulses หรือ innovations

ผลกระทบสะสม(accumulated effects) ของ unit impulses ใน $£_{xt}$ และหรือ $£_{yt}$ สามารถหาได้จากผลบวกที่เหมาะสมของสัมประสิทธิ์ของ impulse response functions ยกตัวอย่างเช่น หลังจาก n ช่วงเวลา ผลกระทบของ $£_{zt}$ ต่อค่าของ y_{t+n} ก็คือ $\alpha_{12}(n)$ ดังนั้นหลังจาก n คาบเวลาผลบวกสะสมของผลกระทบของ $£_{yt}$ ต่อ $\{x_t\}$sequence ก็คือ $\sum_{i=0}^{n} \alpha_{12}(i)$

ถ้าให้ n เข้าใกล้อนันต์ (infinity) เราจะได้ตัว multiplier ระยะยาว (long-run multiplier) เนื่องจากเราสมมุติว่า $\{x_t\}$ และ$\{y_t\}$ sequences มีลักษณะนิ่ง (stationary) เราจะได้ว่า $\sum_{i=0}^{n} \alpha_{jk}^2(i)$ มีลักษณะอันตะ (finite) สำหรับทุกค่าของ j และ k

สี่รูปแบบของสัมประสิทธิ์ α_{11}(i), α_{12}(i), α_{21}(i) และ α_{22}(i) เรียกว่า impulse response functions พล็อต impulse response functions นั่นคือ พล็อตสัมประสิทธิ์ α_{jk}(i) กับ (i) เป็นวิธีทางปฏิบัติที่กำหนดพฤติกรรมของอนุกรม $\{x_t\}$ และ $\{y_t\}$ ในการตอบสนองต่อ shocks ต่างๆ ในทางปฏิบัติแล้วเราอาจจะสามารถทุกค่าของพารามิเตอร์ของ primitive system (22) และ (23) และจากที่กล่าวมาแล้วสามารถหา time path ของผลกระทบของ pure $£_{xt}$ หรือ $£_{yt}$ shocks ได้ (Enders, 1995) อย่างไรก็ตาม Enders (1995) กล่าวว่า วิธีการนี้ไม่เหมาะสมสำหรับนักวิจัยเนื่องจาก VAR ที่ถูกประมาณค่านั้นมีลักษณะ under identified (ดังที่ได้อธิบายมาแล้วข้างต้น) ดังนั้น นักเศรษฐมิติจึงต้องใส่ข้อจำกัดเพิ่มขึ้นไปอีก 1 ข้อจำกัด ในกรณี VAR system ที่มี 2 ตัวแปร เพื่อที่จะ identify the impulse responses ได้ (ทรงศักดิ์ ศรีบุญจิตต์, 2547)

3. การทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Cointegration Test)

ในการวิเคราะห์ Cointegration test โดยใช้วิธีของ Johansen เป็นการทดสอบ Cointegration ของสมการหลายตัวแปร ซึ่งแตกต่างจากวิธีของ Engel and Granger ซึ่งมีข้อจำกัดในเรื่องตัวแปรซึ่งจำเป็นต้องมีการกำหนดตัวแปรต้นและตัวแปรตามหากมีตัวแปรมากกว่า 3 ตัวแปรจะทำให้เกิดการสับสนในการเลือกตัวแปรต้นและตัวแปรตาม ซึ่งการทดสอบอาจจะมี cointegrating vector มากกว่า1 ก็ได้ แต่แนวทางของ Johansen ไม่จำเป็นต้องกำหนดตัวแปรต้นและตัวแปรตาม และ สามารถที่จะหาจำนวน Cointegration Vectors ในขั้นตอนเดียวกัน ซึ่งในการทดสอบแบบจำลองที่มีมากกว่า 3 ตัวแปรจำนวน cointegrating vector อาจจะมีมากกว่า 1 โดยวิธีการของ Engel and Granger(1987) ไม่สามารถประมาณค่าแยกออกจากกันในกรณีมีหลายเวกเตอร์ที่ทำให้เกิดการร่วมไปด้วยกัน(cointegrated vector)(Enders,1995)

วิธีการของ Johansen

Johansen (1988) และ Stock and Watson (1988) นำเสนอวิธี maximum likelihood (maximum likelihood estimator) ทำให้ไม่ต้องทำการประมาณค่า 2 ขั้นตอนได้ (two-step estimators) และสามารถที่จะประมาณค่าและทดสอบการมีอยู่จริงของcointegrating vectors หลาย vectors ได้ โดยที่เราสามารถทดสอบข้อจำกัดของพารามิเตอร์ของ cointegrating vectors และความเร็วของการปรับตัว (speed of adjustment) ได้อีกด้วย (Enders, 1995)

วิธีการของ Johansen (1988) และ Stock and Watson (1988) ใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง rank ของเมทริกซ์และ characteristic roots ของเมทริกซ์ โดยขั้นตอนของ Johansen มีดังต่อไปนี้

พิจารณาขบวนการถดถอยในตัวเอง (Autoregressive Process)

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{1-2} + \ldots + A_p y_{t-p} + £_t \quad (43)$$

โดยกำหนดให้

$$y_t = (n \times 1) \text{ เวกเตอร์ } = \begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \\ \cdot \\ \vdots \\ y_{nt} \end{bmatrix}$$

$$£_t = (n \times 1) \text{ เวกเตอร์ } = \begin{bmatrix} £_{1t} \\ £_{2t} \\ \cdot \\ \vdots \\ £_{nt} \end{bmatrix}$$

ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ (zero mean) และเมทริกซ์ความแปรปรวนคือ $\sum_{t}, A_i = (n \times n)$ เมทริกซ์ของพารามิเตอร์ i = 1 ,...,p

จากสมการ (43) เอา y_{t-1} ไปลบออกทั้งสองข้างจะได้

$$\Delta y_t = (A_1 - I)\, y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + \ldots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_1 \tag{44}$$

จากสมการ (44) บวกเข้าและลบออกทางขวามือด้วย $(A - I)y_{t-2}$ จะได้

$$\Delta y_t = (A_1 - I)\Delta y_{t-1} + (A_2 + A_1 - I)y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + \ldots + A_p + y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{45}$$

และสมการ (45) บวกเข้าและลบออกทางขวามือด้วย $(A_2+A_1-I)y_{t-3}$ จะได้

$$\Delta\, y_t = (A_1 - I)\Delta y_{t-1} + (A_2 + A_1 - I)\Delta y_{t-2} + (A_3 + A_2 + A_1 - I)y_{t-3} + \ldots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จะได้

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta y_{t-i} + \pi y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{46}$$

โดยกำหนดให้ $\pi = -\left[I - \sum_{i=1}^{p} A_i\right]$

$\pi_i = -\left[I - \sum_{j=1}^{p} A_j\right]$ (Enders 1995)

สิ่งสำคัญในสมการ (46) ก็คือ ค่าลำดับชั้น (rank) ของเมทริกซ์ π นั่นคือ ค่าลำดับชั้น (rank) ของ π จะเท่ากับจำนวนของ cointegrating vector ซึ่งสามารถแสดงได้ในรายละเอียดดังนี้

1) ถ้าต่างลำดับชั้น (rank) เท่ากับศูนย์ เมทริกซ์ π จะเป็นเมทริกซ์ศูนย์ และสมการ (46) ก็คือแบบจำลอง VAR ในรูปของผลต่างลำดับที่หนึ่ง (first difference)

2) ถ้าค่าลำดับชั้น (rank) ของ π เท่ากับ n (ซึ่งก็คือ มีค่าลำดับชั้น (rank) เต็มที่หรือที่เรียกว่า full rank ซึ่ง vector process จะมีลักษณะนิ่ง (stationary) และเป็น VAR ใน level ซึ่งคือสมการ (43) จะเหมาะสม (Taylor et al.1996)

3) ถ้าค่าลำดับชั้น (rank) ของ π เท่ากับ 1 เราก็จะมีเวกเตอร์ที่ทำให้เกิดการร่วมไปด้วยกัน (cointegrating vector) เพียง vector เดียว และ πy_{t-p} ก็คือ ปัจจัยการปรับตัวของความคลาดเคลื่อน (error-correction factor)

4) ในกรณีซึ่ง 1 < rank ของ (π) < n เราก็จะมีเวกเตอร์ที่ทำให้เกิดการร่วมไปด้วยกัน (cointegrating vector) หลาย cointegrating vector (Enders, 1995)

Enders (1995) กล่าวถึงจำนวน cointegrating vector (ที่แตกต่างกัน) สามารถที่จะตรวจสอบได้จากความมีนัยสำคัญของ characteristic root ของ π และเราก็ทราบว่าค่าลำดับชั้น (rank) ของเมทริกซ์จะเท่ากับจำนวนของ characteristic root ของ π ที่แตกต่างไปจากศูนย์ สมมุติว่าเราหาค่า เมทริกซ์ π มาได้ และเราก็เรียงลำดับ characteristic root ในลักษณะที่ว่า $T_1 > T_2 > T_3 > \ldots > T_n$ ถ้าตัวแปร (variables) ใน X_t ไม่ cointegrated ค่าลำดับชั้น (rank) ของ π ก็จะมีค่าเป็นศูนย์และ characteristic root ทุกตัวก็จะมีค่าเป็นศูนย์

ถ้าค่าลำดับชั้น (rank) ของ π เท่ากับศูนย์ ซึ่งก็คือ ตัวแปร (variables) ไม่ cointegrated นั่นคือ $T_i = 0$ ทุกตัวจะได้ว่า $\ln(1 - T_i) = \text{In}(1 - 0) = \text{In}(1) = 0$

ถ้าค่าลำดับชั้น (rank) ของ π เท่ากับ 1 จะได้ว่า $0 < T_i < 1$ และ T_i ตัวอื่นๆ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะได้ว่า $\ln(1 - T_1)$ มีค่าเป็นลบ และ $\ln(1 - T_2) = \ln(1 - T_3) = \ldots = \ln(1 - T_n) = 0$

อย่างไรก็ตามในการปฏิบัติ เราสามารถจะได้รับเพียงค่าประมาณของ π และ Characteristic root เท่านั้น เราสามารถจะทำการทดสอบว่าจำนวน characteristic root ที่แตกต่างจากหนึ่งอย่างไม่มีนัยสำคัญสามารถจะทำได้โดยใช้สถิติทดสอบ 2 วิธีดังนี้

$$T(c) = -N \sum_{i=c+1}^{n} \ln(1 - \hat{T}_t) \quad (47)$$

โดยกำหนดสมมติฐานให้ $H_0: c \leq n$

$H_1: c > n \quad , c = 0, 1, 2, \ldots, n$

$$T_{max}(c, c+1) = -N \sum_{i=c+1}^{n} \ln(1 - \hat{T}_{t+1}) \quad (48)$$

โดยกำหนดสมมติฐานให้ $H_0: c \leq n$

$H_1: c = n+1 \quad , c = 0, 1, 2, \ldots, n$

การวิเคราะห์เชิงดุลยภาพระยะยาวโดยวิธี Johansen มีขั้นตอนดังนี้

1) ทดสอบหาจำนวนความล่าช้า(Lag Length) ที่เหมาะสมของสมการโดยวิธี VAR

แนวคิดการสร้างแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ที่เรียกว่า แบบจำลอง VAR (Vector Autoregressive Model) เป็นแนวคิดของ Christopher A. Sims ซึ่งเสนอเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ.1980 และได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางในฐานะเป็นวิธีการใช้คำนวณด้านเชิงปริมาณ(quantitative method) เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในแบบจำลองและใช้เพื่อการพยากรณ์ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในแบบจำลองนั้น การสร้างแบบจำลอง VAR ค่อนข้างทำได้ง่ายโดยไม่ต้องใช้

ทฤษฎีเศรษฐศาสตร์ที่สลับซับซ้อนหรือชัดเจนมากนัก และง่ายต่อการสร้างมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับ การสร้างแบบจำลองที่เป็นลักษณะโครงสร้างของความสัมพันธ์ของตัวแปรที่จำเป็นต้องกำหนดตัวแปร ทุกตัวที่มีส่วนเกี่ยวข้องในแบบจำลอง ดังนั้นแบบจำลอง VAR จึงเป็นวิธีการที่เป็นทางเลือกหนึ่งสำหรับ การคำนวณเชิงปริมาณของแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์(ผศ. ดร. ประสาร บุญเสริม)

ข้อจำกัดการใช้แบบจำลอง VAR มีปัญหาในการเลือกช่วงเวลาล่าช้าที่เหมาะสม (optimal lags) ของแบบจำลอง และ ปัญหาในการเลือกใช้ช่วงเวลาล่าช้าที่เหมาะสมต้องเท่ากันทุกตัวแปรหรือไม่ จากผลการศึกษาของ Braun and Mittnik(1993) พิสูจน์ว่า การกำหนดช่วงเวลาความล่าช้าที่แตกต่างจาก จำนวนช่วงเวลาความล้าช้าที่แท้จริง(the true lags) เป็นผลให้ฟังก์ชันปฏิกริยาตอบสนอง(the impulse response function) และการจำแนกความแปรปรวน(variance decompositions) มีลักษณะไม่คงเส้นคงวา (inconsistency) และจากผลการศึกษาของ L ü tkepohl(1996) พบว่าการเลือกจำนวนช่วงเวลาล่าช้าไว้มาก เกินไป คือ มากกว่าจำนวนความล่าช้าที่เป็นจริง มีผลทำให้ค่า Mean Square Error(MSE) เพิ่มขึ้น ในทาง ตรงกันข้ามถ้าเลือกจำนวนช่วงเวลาล่าช้าไว้น้อยเกินไปจะมีผลทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน มีความสัมพันธ์ กัน(Autocorrelated) และ Hafer และ Sheehan(1991) พบว่าการกำหนดเลือกช่วงเวลาล่าช้าที่ต่างกันจะมี ผลต่อความแม่นยำของผลการพยากรณ์ที่ได้รับจากแบบจำลอง VAR

วิธีเลือกช่วงเวลาล่าช้า (Lag Length) ที่เหมาะสม มี 6 วิธีดังนี้

1) Schwarz Information Criterion (SIC)

$$\text{SIC} = \ln|\textstyle\sum L| + \frac{\ln N}{N}\,[K^2 L] \qquad (49)$$

2) the Hannan-Quinn Criterion (HQC)

$$\text{HQC} = \ln|\textstyle\sum L| + \frac{2\ln\ln N}{N}\,[K^2 L] \qquad (50)$$

3) the Akaike Information Criterion (AIC)

$$\text{AIC} = \ln|\textstyle\sum L| + \frac{2}{N}\,[K^2 L] \qquad (51)$$

4) the general-to-specific sequential Likelihood Ratio test (LR)

$$\text{LR} = N\left[\ln|\textstyle\sum(\overline{L} - i| - \ln|\sum(\overline{L} - i + 1|\right] \qquad (52)$$

5) a small-sample correction to LR test (SLR)

$$\text{SLR} = (N\text{-}c)\left[\ln|\textstyle\sum(\overline{L} - i| - \ln|\sum(\overline{L} - i + 1|\right] \qquad (53)$$

6) the specific-to-general sequential Portmanteau test (LM)

$$\text{LM} = N^2 \textstyle\sum_{i=1}^{p}(N-i)^{-1}\,\mathrm{tr}(\hat{C}_i \;\; \hat{C}_0^{-1}\hat{C}_i \;\; \hat{C}_0^{-1}) \qquad (54)$$

โดยกำหนดให้ N คือ จำนวนข้อมูล

L คือ ค่า Lag ที่เหมาะสม

$\bar{L}$ คือ ค่า Lag ที่ได้จากการประมาณ

K คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ทำการทดสอบ

$C = (\bar{L}\text{-I-1})\text{K}$

$$\hat{C}_i = \sum_{t=i+1}^{N} \frac{\widehat{e_t}\,\widehat{e_{t-1}}}{N}$$

$\widehat{e_t}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนส่วนที่เหลือจากขบวนการ VAR

โดยปกติแล้วเรานิยมใช้วิธี Akaike Information Criterion (AIC) มาทดสอบค่า Lag ที่เหมาะสม เนื่องจากค่า AIC มีความสัมพันธ์กับค่า Sum of Squared Residual(RSS) ดังนั้นเกณฑ์การเลือก Lag ที่เหมาะสมกับแบบจำลองควรเลือก Lag ที่ให้ค่า AIC ต่ำที่สุดเพราะมีค่า Sum of Squared Residual(RSS) ต่ำด้วย ซึ่งหมายความว่ามีความคาดเคลื่อนต่ำสุดด้วย และเราอาจจะทดสอบโดยใช้วิธีอื่นอ้างอิงเพื่อให้ได้ Lag ที่เหมาะสมที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด

2) ทดสอบแบบจำลองที่จะเลือกใช้ประมาณค่าตัวแปร

ขั้นตอนการประมาณค่าแบบจำลองและการหาค่า rank ของ π การประมาณค่าในกรณีนี้การใช้ OLS จะไม่เหมาะสม เพราะจะต้องใส่ข้อจำกัด (restrictions) เพิ่มในสมการเมทริกซ์ π เราอาจจะเลือกประมาณค่าแบบจำลองใน 3 รูปแบบดังนี้คือ (1) รูปแบบที่ให้ทุกสมาชิกของ A_0 มีค่าเท่ากับศูนย์ (2) รูปแบบที่มี drift หรือ (3) รูปแบบที่มีค่าคงตัว (constant term)ใน cointegrating vector

Enders (1995) ได้ยกตัวอย่างของการให้มีพจน์ตัดแกน (intercept term) ใน cointegrating vector(s) แม้ว่ากระบวนการสร้างข้อมูล (data generating process) จะไม่มีค่าตัดแกน (intercept) ก็ตาม และสมมุติว่า เมื่อเราทดสอบความยาวความล่า(lag length test) แล้วปรากฏว่า p = 2 ในกรณีนี้ รูปแบบสำหรับการประมาณค่าของแบบจำลองก็จะเป็นดังนี้

$$\Delta y_1 = A_0 + \pi_1 \Delta y_{t-1} + \pi y_{\backslash t-2} + £_t \tag{55}$$

โดยที่ Drift term A_0 ได้มีการใส่ข้อจำกัดเพื่อที่จะบังคับให้ค่าตัดแกน (intercept) ปรากฏในเวกเตอร์ที่เกิดการร่วมไปด้วยกัน (cointegrating vector) ในกรณีที่มีค่าตัดแกนใน cointegrating vector

Enders(1995) กล่าวว่าในการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนของส่วนที่เหลือ (residuals) ของแบบจำลองที่ทำการประมาณ ถ้าหากพบว่าค่าคลาดเคลื่อน (errors) ไม่มีลักษณะ white noise ก็จะหมายความว่าความยาวความล่าหรือล้าหลัง (lag lengths) สั้นเกินไป โดยที่ความคลาดเคลื่อนของส่วนที่เหลือ (residuals) ต้องมีคุณสมบัติ 2 ประการ ประการแรกค่าความคลาดเคลื่อนส่วนที่เหลือ (residuals) จากความสัมพันธ์ดุลยภาพระยะยาวจะต้องนิ่ง (stationary) และประการที่สองค่าประมาณของ

ความคลาดเคลื่อนระยะสั้น (ซึ่งคือ $£_1$ ในสมการ (55) จะต้องมีลักษณะ white noise (โดยการกะประมาณ (approximately)

จากนั้นจะต้องมีการประมาณค่า Characteristic roots ของ เมทริกซ์ π และคำนวณหาค่า T_{max} และ T_{trace} สำหรับทุกค่าที่เป็นไปได้ของ r โดยมีสมมติฐานให้ตัวแปรไม่มีลักษณะ cointegrated(rank π = 0) เรามีวิธีทดสอบ 2 วิธีได้แต่

1) Trace Test

กำหนดให้ H_0 : สมมติฐานหลัก จำนวน Cointegrating Vectors จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ c

H_1 : สมมติฐานรอง จำนวน Cointegrating Vectors มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ c

2) Maximal Eigen Value Test

กำหนดให้ H_0 : สมมติฐานหลัก จำนวน Cointegrating Vectors จะมีค่าเท่ากับ c

H_1 : สมมติฐานรอง จำนวน Cointegrating Vectors มีค่าเท่ากับ c+1

ตาราง 2.1 การทดสอบสมมติฐาน Trace Test และ Maximal Eigen Value test

Trace Test		Maximal Eigen Value test	
H_0 : สมมติฐานหลัก	H_1 : สมมติฐานรอง	H_0 : สมมติฐานหลัก	H_1 : สมมติฐานรอง
$C \leq 0$	$C > 0$	$C = 0$	$C = 1$
$C \leq 1$	$C > 1$	$C = 1$	$C = 2$
$C \leq 2$	$C > 2$	$C = 2$	$C = 3$

สมการการทดสอบคือ

$$T(c) = -N \sum_{i=c+1}^{n} \ln(1-\hat{T}_t) \quad (56)$$

$$T_{max}(c,c+1) = -N \sum_{i=c+1}^{n} \ln(1-\hat{T}_{t+1}) \quad (57)$$

กำหนดให้ N คือ จำนวนข้อมูลที่ทำการทดสอบ

$\hat{T}_t$ คือ ค่าคำนวณของ characteristic roots หรือ eigen values ที่ได้จากการคำนวณ π matrix

ในการทดสอบจำเลือกใช้วิธี Maximal Eigen Value Test ซึ่งดีกว่า Trace Test ตรงที่เราสามารถทราบถึงจำนวน Cointegrating Vectors เนื่องจาก สมมติฐานรองของทฤษฎี Maximal Eigen Value Test กำหนดจำนวน Cointegrating Vectors ที่แน่นอนคือ C +1 ในขณะที่วิธีของ Trace Test ไม่สามารถที่จะทราบถึงจำนวน Cointegrating Vectors ได้เนื่องจากสมมติฐานรองไม่ได้กำหนดค่าที่แน่นอนไว้

3) ทดสอบหาสัมประสิทธิ์ Cointegrating Vector ที่ normalized แล้ว และสัมประสิทธิ์ของความเร็วของการปรับตัว: b (Enders,1995)

ขั้นตอนที่ 1 ทำการทดสอบว่า $b_0 = 0$ หรือไม่ โดยใส่ข้อจำกัด 1 ข้อ คือ ทดสอบด้วยวิธี likelihood ratio test มีการแจกแจงแบบ χ^2 ด้วย degree of freedom เท่ากับ 1 และกำหนดให้ยอมรับสมมติฐานหลัก : $H_0 : b_0 = 0$ ทำการทดสอบใหม่โดยไม่มีค่าคงที่ใน cointegration vector

ขั้นตอนที่ 2 กำจัด normalized cointegration vector โดยใส่ข้อจำกัด 2 ข้อคือ $b_2 = -1$ และ $b_3 = 1$ ใช้ vector ทดสอบด้วยวิธี likelihood ratio test มีการแจกแจงแบบ χ^2 ด้วย degree of freedom เท่ากับ 2 เนื่องจากมีข้อจำกัด 2 ข้อ

ขั้นตอนที่ 3 ทำการทดสอบ b = 0 , 1 , -1 โดยใส่ข้อจำกัด 3 ข้อ คือ $b_0 = 0$, $b_2 = -1$ และ $b_3 = 1$ (โดยที่ b_1 มีค่าเท่ากับ -1 เสมอ) ทดสอบด้วยวิธี likelihood ratio test มีการแจกแจงแบบ χ^2 ด้วย degree of freedom เท่ากับ 3 หรือเรียกว่าการทดสอบข้อจำกัดร่วม(joint restriction)

4) การทดสอบ innovation accounting ทำการวิเคราะห์ 2 แบบคือ

การวิเคราะห์การตอบสนอง(Impulse Response) ของตัวแปร เมื่อเกิดเหตุการณ์ที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน(Impulse หรือ Shock) ของอีกตัวแปรหนึ่งโดยสามารถวิเคราะห์ทิศทางการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงทั้งในระยะสั้นและระยะยาว โดยแบบจำลอง VAR จะเขียนให้อยู่ในรูปแบบ Vector Moving Average (VMA) ดังนี้(Enders, 1995)

$$v_t = \bar{v} + \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i e_t \qquad (58)$$

โดยกำหนดให้ v_t คือ Vector ตัวแปรที่ทำการทดสอบ

$\bar{v}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ v_t

θ_i คือ ค่า Impulse Response Function

e_t คือ Vector ของค่าความคลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์การย่อยสลายความแปรปรวน(Variance Decomposition) เป็นการนำค่าความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์ปฏิกิริยาตอบสนอง เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน(shock) มาศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรว่าตัวแปรแต่ละตัวมีความสามารถที่จะอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรที่ทำการศึกษา(ตัวแปรตาม)มากน้อยเพียงใด โดยความแปรปรวนที่เกิดขึ้นจะแสดงให้เห็นถึงระดับการตอบสนอง เมือตัวแปรที่ทำการศึกษา(ตัวแปรตาม) เกิดผลกระทบอย่างฉับพลัน(shock) ถ้าความแปรปรวนมีค่ามาก หมายความว่า ตัวแปรต้นมีความสามารถในการอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม ได้มาก แต่ถ้าความแปรปรวนมีค่าน้อยหมายความว่า ตัวแปรต้นมีความสามารถในการอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม ได้น้อย

4. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น (Vector Error-correction Model: VECM)

เมื่อทดสอบ cointegration ของตัวแปรด้วยวิธี Johansen and Juselius แล้วพบว่าตัวแปรมีส่วนร่วมไปด้วยกัน (cointegration) แสดงว่าตัวแปรเหล่านั้นมีดุลยภาพระยะยาว (long-run relationships among variables) และสามารถนำมาสร้างแบบจำลองที่แสดงถึงการปรับตัวของตัวแปร (Vector Error-correction Model หรือ VECM) ได้ และเนื่องจากแบบจำลอง VECM สร้างขึ้นจากข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันในระยะยาว

Sargan (1964) ได้เสนอแบบจำลอง VECM และต่อมาได้ทำให้รู้จักกันแพร่หลายโดย Engle and Granger (1987) ลักษณะสำคัญของแบบจำลอง VECM คือ แสดงถึงการปรับตัวของตัวแปรเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว แบบจำลองในกรณีมี 2 ตัวแปร สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta X_t = a_1 + \beta_y A_{t-1} + \textstyle\sum_{i=1} \alpha_{11}(i)\ \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{12}(i)\, \Delta X_{t-i} + £_{xt} \qquad (59)$$

$$\Delta Y_t = a_2 + \beta_y A_{t-1} + \textstyle\sum_{i=1} \alpha_{21}(i)\ \Delta Y_{t-i} + \sum_{i=1} \alpha_{22}(i)\, \Delta X_{t-i} + £_{yt} \qquad (60)$$

โดยที่ e_{t-1} คือ the error correction term (ECT) หรือจำนวนที่ตัวแปรเบี่ยงเบนออกไปจากดุลยภาพระยะยาว β_y คือ ความเร็วของการปรับตัวในระยะสั้นเพื่อเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว ถ้า β_y นี้มาก แสดงว่าใช้เวลาน้อยเพื่อการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาว และเมื่อการปรับตัวได้เข้าสู่ดุลยภาพระยะยาวแล้วเทอม e_{t-1} นี้มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับตัวคลาดเคลื่อน (disturbance terms) คือ $£_{xt}$ และ $£_{yt}$ ในแบบจำลอง VECM นี้ต้องมีคุณสมบัติที่ไม่มีความสัมพันธ์ในตัว (serially uncorrelated disturbance terms) และเนื่องจากธรรมชาติของแบบจำลอง VECM ที่แสดงถึงการปรับตัวในระยะสั้นและระยะยาวทำให้สามารถเคราะห์เหตุภาพได้ทั้งในกรณีระยะสั้นและระยะยาว กล่าวคือ เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (59) ถ้าพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของ ΔX_{t-i} ($\sum_{i=1} \alpha_{12}(i) \neq 0$) แสดงว่าตัวแปร X_t มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของ Y_t ในระยะสั้น และถ้าพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของ A_{t-1} ($\beta_y \neq 0$) แสดงว่าตัวแปร X_t มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของ Y_t ในระยะยาว

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กัลยาณี เจริญกิจหัตถกร (2548) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยกับดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์อเมริกา โดยใช้ดัชนี Dow Jones ดัชนี Nasdaq ดัชนี S& P 500 ใช้ข้อมูลทุติยภูมิรายวัน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2545 ถึงพฤศจิกายน 2547 โดยใช้วิธี Unitroot Test , Cointegration , Error Correction และ Granger Causality

จากการศึกษาทำให้ทราบว่า ข้อมูล ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย ดัชนี Dow Jones ดัชนี Nasdaq และ ดัชนี S&P 500 ทั้งหมดมีลักษณะ non-stationary ทั้งหมด มี order of integrated อันดับที่หนึ่ง P[I(d); d>0 integrated of order d] ตามวิธี ADF Tests และดัชนีราคาหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยกับดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์อเมริกา มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันเมื่อ ทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพ ระยะยาว (Cointegration) จึงทำการศึกษาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะสั้น และ จากทฤษฎี Granger Causality พิสูจน์ได้ว่า ดัชนี ราคา NASDA DOW JONES และ SP 500 เป็นตัวแปรต้น ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิด ราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์ของประเทศไทย แต่ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์ของประเทศไทย ไม่เป็นสาเหตุทำให้เกิด ดัชนีราคา NASDAQ DOW JONES และ SP 500

จึงสรุปได้ว่า ดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย กับ ดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์อเมริกา มีความสัมพันธ์กัน โดยที่ ดัชนี ราคา NASDAWQ DOW JONES และ SP 500 (ตัวแปรต้น)เป็นสาเหตุทำให้ราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์ของประเทศไทย (ตัวแปรตาม) มีการเปลี่ยนแปลง(มีความสัมพันธ์ กันในทิศทางเดียวกัน)

ชนัญชิดา ศรีสกุล (2553) ทำการเปรียบเทียบปัจจัยที่มีผลต่อการส่งออกของไทยไปยังประเทศสหรัฐอเมริกาและกลุ่มประเทศบริคโดยวิธีโคอินทิเกรชัน โดยทำการทำการการทดสอบการส่งออกของไทยไปประเทศต่างๆ เป็นจำนวน 5 ประเทศได้แก่ บราซิล รัสเซีย อินเดีย จีน และสหรัฐอเมริกา โดยใช้ข้อมูลรายเดือน ตั้งแต่เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2539 ถึงเดือน ธันวาคม พ.ศ. 2551 โดยทำการทดสอบ unit root ตามวิธี Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) ทดสอบหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาวด้วยวิธี Johensen เมื่อพบว่าแบบจำลองมีความสัมพันธ์ในระยะยาวแล้ว สุดท้ายพิจารณาการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพในระยะสั้น(Error Correction) โดยวิธี Error Correction Mechanism (ECM)

ผลการศึกษาพบว่า มูลค่าส่งออกของไทยกับประเทศ บราซิล , รัสเซีย , อินเดีย , จีน และสหรัฐอเมริกา มีลักษณะนิ่ง (Stationary) ที่ ทั้งหมด และมี order of integrated อันดับที่หนึ่ง P[I(d); d>0 integrated of order d] และเมื่อนำไปวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว Cointegration โดยวิธี Johensen พบว่าทุกกรณีมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาวและมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพ เมื่อทำการทดสอบโดยวิธี ECM

ไตรทศ กลิ่นอุทัย (2552) ทำการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราแลกเปลี่ยนกับราคาหลักทรัพย์ของกลุ่มขนส่งและโลจิสติกส์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยศึกษาอัตราแลกเปลี่ยน 2 สกุล ได้แก่ อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ กับ อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อ
100 เยนญี่ปุ่น และใช้หลักทรัพย์กลุ่มขนส่งและโลจิสติส์ ได้แก่ บริษัท ท่าอากาศยานไทย จำกัด (มหาชน) ; AOT บริษัท โทรีเซนไทย เอเยนต์ซีส์ จำกัด (มหาชน) ; TTA บริษัท พรีเชียสชิปปิ้ง จำกัด (มหาชน) ; PSL บริษัท การบินไทย จำกัด (มหาชน) ; THAI โดยเลือกจากหลักทรัพย์กลุ่มขนส่งและโลจิสติกส์ที่ตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยนำมาคำนวณดัชนี SET 50 Index ระหว่างวันที่ 1 มกราคม 2552 ถึง 30

มิถุนายน 2552 เนื่องจากเป็นหลักทรัพย์ที่มีมูลค่าตลาดและสภาพคล่องในการซื้อขายสูงสุด 4 อันดับแรก โดย โดยใช้วิธี ทดสอบ Unit root Test ตามวิธีของ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) เมื่อทดสอบความนิ่งของข้อมูล อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลล์สหรัฐกับอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อ 100 เยนญี่ปุ่น และ ดัชนีราคาหลักทรัพย์ แล้วทำการทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว (Cointegration) โดยวิธีของ Engle and Ganger เมื่อทดสอบกลไกการปรับตัวเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาวแล้ว จึงทำการเชื่อมโยงค่าตัวแปรระระยะสั้นกับระยะยาว โดยวิธี Error Correction Mechanism (ECM) สุดท้ายทดสอบ อัตราแลกเปลี่ยนกับดัชนีราคาหุ้นว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรต้น และตัวแปรตาม ตามวิธีการทดสอบ ของ Granger Causality Test

ผลการศึกษาพบว่าข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลล์สหรัฐกับอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อ100 เยนญี่ปุ่น และ ดัชนีราคาหลักทรัพย์ PSL THAI และ TTA มีลักษณะนิ่ง (Stationary) ที่ ทั้งหมด และมี order of integrated อันดับที่หนึ่ง P[I(d); d>0 integrated of order d] และเมื่อนำไปวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว Cointegration กรณี อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลล์สหรัฐ จะพบว่า ราคาหลักทรัพย์ PSL และ TTA มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวในทิศทางเดียวกัน ขณะที่ THAI ไม่มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวในทั้ง 2 ทิศทาง กรณีอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อ 100 เยนญี่ปุ่น จะพบว่า ราคาหลักทรัพย์ TTA มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวทั้ง 2 ทิศทาง ส่วน ราคาหลักทรัพย์ PSL มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะทิศทางเดียวเมื่อให้ อัตราแลกเปลี่ยนเป็นตัวแปรต้น ส่วน ราคาหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตาม และ ราคาหลักทรัพย์ THAI ไม่มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว สำหรับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น Error Corection Mechanism (ECM) พบว่า เมื่อให้ อัตราแลกเปลี่ยนเป็นตัวแปรต้น และ ราคาหลักทรัพย์ TTA PSL เป็นตัวแปรตาม จะมีดุลยภาพในระยะสั้นทั้งคู่ขณะที่ THAI ไม่เกิดดุลยภาพระยะสั้น

จึงสรุปการศึกษานี้ อัตราแลกเปลี่ยนกับราคาหลักทรัพย์ของกลุ่มขนส่งและโลจิสติกส์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย มีความสัมพันธ์กัน โดยที่ แลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลล์สหรัฐ กับ อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อ 100 เยนญี่ปุ่น(ตัวแปรต้น) มาใช้กำหนดการเปลี่ยนแปลงราคาหลักทรัพย์ TTA และ PSL ได้(ความสัมพันธ์ทิศทางเดียว)

นลินี โอภาสชวลิต (2548) ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยกันดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์ในสหภาพยุโรป วิเคราะห์โดยใช้ วิธีอนุกรมเวลา ทดสอบ unit root test โดยวิธี Dickey-Fuller (DF) และ Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) เมื่อทดสอบความนิ่งของข้อมูลที่ได้แล้ว ก็นำมาพิจารณาถึงดุลยภาพในระยะยาวของตามแนวทางของ Johansen เมื่อทำการสอบความสัมพันธ์ ระยะยาว จำนวน 3 คู่ได้แก่ ดัชนี SET กับ ดัชนี FTSE100 , ดัชนี SET กับ ดัชนี XETRA DAX และ ดัชนี SET กับ ดัชนี CAC40 เมื่อทดสอบความสัมพันธ์ระยะยาวแล้ว จึงทำการ ทดสอบความสำพันธ์ระยะสั้นโดยวิธีการError Correction Mechanismและสุดท้ายทำการทดสอบความสัมพันธ์ ของตัว

แปร ทั้ง 3 คู่(4 ตัวแปร) เพื่อหาตัวแปรต้น และตัวแปรตาม ด้วยวิธี ของ Granger Causality โดยศึกษาดัชนีในสหภาพยุโรป ดังนี้ ดัชนี FTSE100 ดัชนี XETRA DAX และดัชนี CAC40 เทียบกับดัชนีราคาหุ้นตลาดหลักทรัพย์ แห่งประเทศไทย ใช้ข้อมูลทุติยภูมิรายวัน ระยะเวลา 2 ปี ตั้งแต่เดือน พฤศจิกายน 2545 ถึงเดือนพฤศจิกายน 2547

ผลการศึกษาเมื่อทดสอบข้อมูลโดยการทดสอบ Unit root tests พบว่า ดัชนี FTSE 100 ของอังกฤษ ดัชนี XETRA DAX ของเยอรมัน และ CAC 40 ของฝรั่งเศส มีลักษณะเป็น non-stationary ทั้งหมด และมี order of integrated อันดับที่หนึ่ง P[I(d); d>0 integrated of order d] ในขณะที่ความสัมพันธ์ของดัชนี FTSE 100 XETRA DAX มีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับ ดัชนีหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย และดัชนี CAC 40 มีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้าม เมื่อทดสอบด้วย cointegration ตามแนวทางของ Johansen และสุดท้ายทดสอบความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุผลโดยวิธี Granger causality พบว่า FTSE 100 CAC 40 และ XETRA DAX ไม่ได้เป็นตัวกำหนด ดัชนีราคาหลักทรัพย์ของประเทศไทย แต่เป็นที่สังเกตเกี่ยวกับวิจัยนี้พบว่า ดัชนีราคาหลักทรัพย์ของประเทศไทย กับเป็นตัวกำหนดทิศทางของดัชนี CAC 40 และ XETRA DAX

จึงสรุปการศึกษานี้ว่า ดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยกันดัชนีหุ้นตลาดหลักทรัพย์ในสหภาพยุโรป มีความสัมพันธ์กัน แต่ ไม่ตรงกับจุดประสงค์ในการวิจัยที่ต้องการศึกษาโดยที่ ดัชนี FTSE 100 XETRA DAX ไม่ได้เป็นสาเหตุที่ทำให้ ดัชนีราคาหลักทรัพย์ของประเทศไทยมีการเปลี่ยนแปลง แต่กลับพบว่า ดัชนีราคาหลักทรัพย์ของประเทศไทย(ตัวแปรต้น) เป็นสาเหตุที่ทำให้ ดัชนี CAC 40 และ XETRA DAX เกิดการเปลี่ยนแปลง(ความสัมพันธ์ในทิศทางเดียว)

ประหยัด จิโนเป็ง (2551) ทำการศึกษาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ในตลาดเอ็ม เอไอ โดยวิธีโคอินทิเกรชันจำนวน 10 หลักทรัพย์ได้แก่ บริษัท ยูนิค ไมนิ่ง เซอร์วิสเซส จำกัด(มหาชน):UMS บริษัท อาดามัสอินคอร์ปอเรชั่น จำกัด(มหาชน):ADAM บริษัท โกลด์ไฟน์ แมนูแฟเจอเรอส์ จำกัด(มหาชน):GFM บริษัท บิซิเนส ออนไลน์ จำกัด(มหาชน):BOL บริษัท อินเตอร์เนชั่นแนล รีเสริช คอร์ปอเรชั่น จำกัด(มหาชน):IRCP บริษัท อินเตอร์ลิ้งค์ คอมมิวนิเคชั่น จำกัด(มหาชน):ILINK บริษัท เชอร์วู้ด เคมิคอล จำกัด(มหาชน):SWC บริษัท ไทยมิตซูวา จำกัด(มหาชน): TMW บริษัท แอล.วี.เทคโนโลยี จำกัด(มหาชน):LVT และบริษัท บรุ๊คเคอร์กรุ๊ป จำกัด(มหาชน:BROOK พิจารณาหลักทรัพย์รายสัปดาห์ตั้งแต่ วันที่ 4 มกราคม 2548 ถึง วันที่ 28 ธันวาคม 2550 รวม 157 สัปดาห์ ทดสอบ ความนิ่งของข้อมูล(Unit root tests) ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว(cointegration) ทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้นตามแบบจำลองของ เอเรอร์คอเรคชัน(Eror CorrectionModed:ECM) และทดสอบความเป็นเหตุผลของราคาและปริมาณซื้อขายหลักทรัพย์

ผลของการศึกษาพบว่า กรณีให้ราคาหลักทรัพย์เป็นตัวแปรต้นและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตาม รวมทั้งกรณีให้ปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์เป็นตัวแปรต้นและราคาหักทรัพย์เป็นตัวแปร

ตาม จะพบว่า หลักทรัพย์ทั้งหมด 10 ตัว มีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาวในทิศทางเดียวกัน(มีความสัมพันธ์ 2ทิศทาง) และมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น ทั้งหมดยกเว้นหลักทรัพย์ TMW และ TMW เมื่อให้ปริมาณหลักทรัพย์ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงราคาหลักทรัพย์ มีผลทุกบริษัท ยกเว้น GFM และ TMW เพียง 2 บริษัทที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงไปด้วยกัน

จึงสรุปผลการศึกษานี้ได้ว่า ราคาและปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ในตลาดเอ็ม เอ ไอ มีความ สัมพันธ์กัน โดยทุกหลักทรัพย์มีความสัมพันธ์กัน 2 ทิศทางคือ ทั้ง ราคา และ ปริมาณหลักทรัพย์เป็นสาเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงซึ่งกันและกัน ยกเว้น หลักทรัพย์ GFM และTMW ปริมาณหลักทรัพย์(ตัวแปรต้น) ไม่เป็นสาเหตุที่ทำให้ราคาหลักทรัพย์(ตัวแปรตาม) มีการเปลี่ยนแปลง (ความสัมพันธ์ในทิศทางเดียว)

พูนพจน์ บุญชัย (2551) ทำการศึกษาวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างราคาและปริมาณการซื้อขายของหลักทรัพย์กลุ่มบรรจุภัณฑ์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทยโดยวิธีโคอินทิเกรชัน โดยใช้ข้อมูลรายวันตั้งแต่เดือน มกราคม 2550 ถึง เดือนมิถุนายน 2551 รวมทั้งหมด 375 วัน โดยทำการศึกษา จำนวน 4 หลักทรัพย์ที่มีการซื้อขายสูงสุด 4 อันดับแรกของกลุ่มบรรจุภัณฑ์ ได้แก่บริษัทเอ.เจ.พลาสท์ จำกัด (มหาชน):AJ บริษัทโพลีเพล็กซ์(ประเทศไทย) จำกัด(มหาชน):PTL บริษัทเอส.แพ็ค แอนด์ พริ้นท์ จำกัด (มหาชน):SPACK และ บริษัทไทยฟิล์มอินดัสตรี่ จำกัด(มหาชน):TFI ความนิ่งของข้อมูล(Unit root tests) โดยวิธี ADF ความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว(cointegration) ทดสอบความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้นตามแบบจำลองของเอเรอร์คอเรคชัน(Eror CorrectionModed:ECM) และทดสอบความเป็นเหตุผลของราคาและปริมาณซื้อขายหลักทรัพย์

ผลการศึกษาพบว่า ทดสอบ Unit root ด้วยวิธี ADF ปริมาณและราคาหลักทรัพย์ AJ PTL SPACK และ TFI ลักษณะนิ่ง ที่ order of integrated อันดับที่หนึ่ง P[I(d); d>0 integrated of order d] เมื่อให้ ราคาหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตามและปริมาณหลักทรัพย์เป็นตัวแปรต้น หลักทรัพย์ AJ PTL และ TFI จะมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว กรณี ให้ ปริมาณหลักทรัพย์เป็นตัวแปรตาม และ ราคาหลักทรัพย์เป็นตัวแปรต้น หลักทรัพย์ VAJ VPTL และ VTFI จะมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว ทดสอบการปรับตัวระยะสั้นของข้อมูลปริมาณ พบว่าไม่มีการปรับตัวระยะสั้นของทุกหลักทรัพย์แต่กรณีข้อมูลราคาพบว่า AJ PTL และ TFI มีการปรับตัวระยะสั้น

จึงสรุปผลการศึกษานี้ได้ว่า ราคาและปริมาณการซื้อขายของหลักทรัพย์กลุ่มบรรจุภัณฑ์ในตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย มีความสัมพันธ์กัน โดยที่ ราคาหลักทรัพย์(ตัวแปรต้น) VAJ PTL และ TFI เป็นสาเหตุที่ทำให้ ปริมาณการซื้อขายหลักทรัพย์ มีการเปลี่ยนแปลง (ตัวแปรตาม) และเป็นความสัมพันธ์กันในทิศทางเดียว