บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 การทดสอบความนิ่งของข้อมูลหรือยูนิทรูท (Uniti Root Test)

การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (unit root) นัยสำคัญของการทดสอบความนิ่ง (unit root) ต่อการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ คือ ถ้าหากพบว่าข้อมูลใดมีลักษณะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาในลักษณะที่ไม่นิ่ง (non – stationary) คือ มีอันดับของความสัมพันธ์เท่ากับ 1 หรือ I(1) จำเป็นต้องปรับข้อมูลเหล่านั้นให้นิ่ง (stationary) แล้วจึงทำการประมวลผลทางเศรษฐมิติ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาทางด้านความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง (spurious relationships) ยกเว้นเฉพาะในกรณีที่ตัวแปรเหล่านั้นมีความสัมพันธ์ในเชิงดุลยภาพระยะยาว

การทดสอบความนิ่งของข้อมูล (unit root) นิยมทดสอบด้วยวิธี Dickey and Fuller ใช้กับการศึกษาที่ข้อมูลไม่มาก เหมาะสมประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์เชิงประจักษ์ มักประสบปัญหาความพอเพียงของข้อมูล สามารถแบ่งออกได้ 2 วิธีดังนี้

วิธีที่ 1 Dickey – Fuller Test (DF) เริ่มต้นด้วยกระบวนการแบบจำลองอัตสหสัมพันธ์ (autoregressive model) โดยมีสมการที่ต้องทดสอบอยู่ 3 สมการ (at level) คือ

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \qquad (2.1)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \qquad (2.2)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta_t \theta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift and linear time trend)} \qquad (2.3)$$

โดยที่

ΔX_t = first differencing ของตัวแปรที่ต้องการศึกษา

X_t = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ t

X_{t-1} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ $t-1$

α, β, θ = ค่า Parameters

ε_t = ตัวแปรสุ่ม (error term) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่

t = แนวโน้มเวลา (Time trend)

ในการทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบกับค่า t-statistics ที่คำนวณได้ กับค่าที่เหมาะสมที่อยู่ในตาราง Dickey-Fuller ซึ่งมีสมมติฐานที่ใช้การทดสอบ คือ

สมมติฐานหลัก $H_0: \theta = 0$ (non-stationary)

สมมติฐานรอง $H_1: \theta < 0$ (stationary)

ถ้ายอมรับ H_0 จะได้ว่าแปรที่สนใจมี unit root หรือมีลักษณะเป็น non-stationary

ถ้ายอมรับ H_1 จะได้ว่าแปรที่สนใจไม่มี unit root หรือมีลักษณะเป็น stationary

วิธีที่ 2 Augmented Dickey-Fuller Test (ADF) เป็นวิธีที่ใช้ทดสอบการหาค่า unit root ได้ดีกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ ตัวแปรสุ่ม (error terms) ε_t มีความสัมพันธ์กันเองในระดับสูง หรือแบบจำลองที่ใช้ในการทดสอบมีปัญหา autocorrelation ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวจึงทำการปรับสมการใหม่ โดยใส่ตัวแปรล่า (lag) เข้าไปในลำดับที่สูงสุด ได้รูปสมการ ดังนี้

$$\Delta X_t = \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk process)} \quad (2.4)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift)} \quad (2.5)$$

$$\Delta X_t = \alpha + \beta + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \Delta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{(random walk with drift and linear time trend)} \quad (2.6)$$

โดยที่

ΔX_{t-1} = first differencing ของตัวแปรที่ทำการศึกษา

X_t = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ t

X_{t-1} = ข้อมูลตัวแปร ณ เวลาที่ $t-1$

$\alpha, \beta, \theta, \phi$	=	ค่า Parameters
ε_t	=	ตัวแปรสุ่ม (error term) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่
t	=	แนวโน้มเวลา (time trend)

ซึ่งจำนวน lagged term (p) ที่เพิ่มเข้าไปในสมการจะขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละงานวิจัยหรือสามารถใส่จำนวน lag ไปได้จนกว่าส่วนของค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เกิดปัญหา autocorrelation

การทดสอบจะพิจารณาค่า θ โดยเปรียบเทียบค่า t-statistic ที่คำนวณได้กับค่าวิกฤต MacKinnon (MacKinnon critical values) มีสมมติฐานในการทดสอบ ดังนี้

สมมติฐานหลัก	$H_0: \theta = 0$	(non-stationary)
สมมติฐานรอง	$H_1: \theta < 0$	(stationary)

ในกรณีที่ไม่สามารถปฏิเสธสมติฐานหลักที่ตั้งไว้ได้ (H_0) แสดงว่าตัวแปรทางเศรษฐกิจนั้น ๆ มีลักษณะเป็น non-stationary หรือมี unit root เมื่อสามารถสรุปได้ว่าข้อมูลตัวแปรทุกตัวมี อันดับความสัมพันธ์ที่เท่าใด ก็จะทำการทดสอบโดยวิธีที่เหมาะสมต่อไป

วิธีที่ 3 การทดสอบยูนิทรูท โดยวิธีฟิลลิป - เพอรอน (Phillips - Perron Test)

วิธีการทดสอบ unit root ในแบบจำลองที่เป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (time series) เป็นส่วนสำคัญในการนำประโยชน์ทางสถิติ ซึ่งนำมาอธิบายเพิ่มเติมในส่วนของ Dickey and Fuller ในการค้นหารูปแบบของ unit root ตามแบบจำลองสมการการกำหนดช่วงเวลา โดยการทดสอบตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับการรบกวนตัวแปร โดยขยายระดับเพื่อการกระจายตัวเลขที่ต่างชนิดกันของข้อมูลอนุกรมเวลาและปรับแบบจำลองที่ใช้ทดสอบด้วยการเลื่อนตัวเลขที่เข้าคู่กันกับแนวโน้มของเวลาเพื่ออธิบายการทดสอบ unit root ที่ข้อมูลมีลักษณะคงที่และไม่คงที่ ต่อแนวโน้มในการตัดสินใจ

ฟิลลิป-เพอรอน เลือกวิธีทดสอบโดยการไม่ใช้ตัวแปรในการควบคุมระดับความสัมพันธ์ตามลำดับที่สูงกว่าของระดับตัวเลข วิธีทดสอบการถดถอยของฟิลลิป-เพอรอนมีดังต่อไปนี้

$$\Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + x_t'\delta + \varepsilon_t \tag{2.7}$$

ทำการแก้ไขวิธีทดสอบของ Augmented Dickey Fuller test ให้มีความสัมพันธ์ตามลำดับความสูงขึ้น โดยบวกตัวเลขกลุ่มสุดท้ายที่มีความแตกต่างกันด้านขวามือ ทดสอบของฟิลลิปเพอรอน ได้มีการแก้ไข t-test ของค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ตัวเลขเกิดความสัมพันธ์ต่อเนื่อง โดยทำการแก้ปัญหาการเกิด heteroskydasticity และ autocorrelation ด้วยวิธีการของ Newey-west ดังนี้

$$\tilde{t}_\alpha = t_\alpha\left(\frac{\gamma_0}{f_0}\right)^{1/2} - \frac{T\left(f_0-\gamma_0\right)\left(se(\hat{\alpha})\right)}{2 f_0^{1/2} s} \tag{2.8}$$

จากสมการข้างต้น

$\tilde{t}_\alpha$	คือ	ค่า t ของ Phillip-perron
$\hat{\alpha}$	คือ	ค่าของการประมาณ
t_α	คือ	ค่า t ratio ของ α
$se(\hat{\alpha})$	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ของ Standard error
s	คือ	Standard error ของการทดสอบ regression
γ_0	คือ	ค่าที่เหมาะสมที่เกิดจากการประมาณความคลาดเคลื่อนของ Variance
T	คือ	ค่าวิกฤติ
f_0	คือ	residual

การกระจายไม่สิ้นสุดของ t-test ของฟิลลิป-เพอรอน เหมือนกับ t-test ของวิธี Augmented Dickey Fuller test ส่วนที่เหมือนกับทดสอบของวิธี Augmented Dickey Fuller test คือให้มีการกำหนดตัวรวมตัวเลขที่คงที่กับตัวเลขคงที่มีทิศทางเป็นทางตรง หรือจะไม่กำหนดในการทดสอบการถดถอย สำหรับวิธีทดสอบของ Phillips-Perron test ต้องระบุวิธีตัดเลขตัวท้าย เพื่อแก้ไขตามวิธีของ Newey -West แล้ว จึงรวมตัวเลขที่มีความสัมพันธ์ตามลำดับเข้าด้วยกันการควบคุมการเลือกตัวเลขตัวท้ายออกโดยอัตโนมัติของ Newey-west โดยข้อมูลใดทดสอบการถดถอยต้องแปลงเป็นจำนวนเต็มก่อน

2.1.2 แบบจำลองอัตสหสัมพันธ์ (Autoregressive Model) และอันดับของอัตสหสัมพันธ์ (Autoregressive Order) หรือค่า p

แบบจำลองอัตสหสัมพันธ์ ถูกนำมาเสนอในครั้งแรกโดย Yule ในปี ค.ศ. 1926 และพัฒนาต่อมาโดย Walker ในปี ค.ศ. 1931 โดยแบบจำลองนี้เป็นรูปแบบที่แสดงว่า ค่าสังเกต y_t ถูกกำหนดจากค่าของ $\mathrm{y}_{t-1},\ldots,y_{t-p}$ หรือค่าสังเกตที่เกิดขึ้นก่อนหน้า p โดยกระบวนการหรือระบบ AR(p) คือกระบวนการหรือระบบอัตสหสัมพันธ์ที่มีอันดับที่ p ซึ่งเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\mathrm{y_t} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} \tag{2.9}$$

โดยที่

$\mathrm{y_t}$	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ ช่วงเวลา t
y_{t-1}	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ ช่วงเวลา t-1
y_{t-2}	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ ช่วงเวลา t-2
y_{t-p}	คือ	ข้อมูลอนุกรมเวลา ณ ช่วงเวลา t-p
α_0	คือ	ค่าคงที่
α_j	คือ	ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

Ender (1995) กล่าวว่า การเลือก Lag ของแบบจำลอง smooth transition autoregressive (STAR) นั้นเป็นไปตามการเลือก lag ของกระบวนการอัตสหสัมพันธ์ (autoregressive process) ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะทำการเลือกค่า lag ของข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาจากแบบจำลองอัตสหสัมพันธ์ ซึ่งค่า lag นี้จะมีการนำไปประยุกต์ใช้ในการกำหนดค่า lag ในแบบจำลอง smooth transition autoregressive (STAR Model) ทั้งในรูปแบบของฟังก์ชัน logistic (LSTAR) และในรูปแบบฟังก์ชัน exponential (ESTAR) ต่อไป

โดยการเลือกจำนวน lag ที่เหมาะสมสำหรับกระบวนการ autoregressive สามารถพิจารณาได้จากวิธีการดังต่อไปนี้

- Akaike Information Criterion (AIC)

$$AIC = ln(|\Sigma_u|) + \frac{2pK^2}{T} \tag{2.10}$$

โดยที่

p	คือ	จำนวน lag
T	คือ	จำนวนตัวอย่าง (observation)
Σ_u	คือ	เมทริกซ์ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (covariance matrix)
$\|\Sigma_u\|$	คือ	determinant ของเมทริกซ์ Σ_u

โดยจะเลือกจำนวน lag จากค่า AIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

- Likelihood Ration Test (LR)

$$LL = \left(\frac{T}{2}\right)\{(|\Sigma^{A-1}| - Kln(2\pi) - K)\} \tag{2.11}$$

โดยที่

T	คือ	จำนวนตัวอย่างในสมการ
K	คือ	จำนวนของสมการ
Σ^A	คือ	maximum likelihood estimate ของ $E[u_t u_t']$
u_t	คือ	เวคเตอร์ของตัวรบกวนขนาด $K \times 1$
π	คือ	ค่าคงที่ มีค่าเท่ากับ 3.14159

เนื่องจากว่า $ln|\Sigma^{A-1}| = -\ln(|\Sigma^A|)$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการ likelihood ใหม่ได้เป็น

$$LL = -\left(\frac{T}{2}\right)\{(ln|\Sigma^A| - Kln(2\pi) - K)\} \tag{2.12}$$

จากสมการถ้า LR(j) คือ ค่าของ lag likelihood ที่ j Lag ดังนั้น LR statistic สำหรับ lag ลำดับที่ j คือ

$$LR(j) = 2\{LL(j) - LL(j-i)\} \tag{2.13}$$

โดยทดสอบ $H_0 = \mathrm{j} - i$
$H_1 = \mathrm{j}$

การหาจำนวน Lag ที่เหมาะสมนั้น ขั้นแรกต้องประมาณการค่าแบบจำลอง โดยใช้จำนวน lag สูงสุดที่เป็นไปได้ ซึ่งจำนวน lag ที่สูงสุดนั้นจะพิจารณาจากระดับความเชื่อมั่น (Degree of Freedom) โดยถ้ามีค่าองศาแห่งความอิสระมากจะส่งผลให้จำนวน lag ที่สูงที่สุดมากตามไปด้วย โดยตั้งสมมติฐานหลักว่าจำนวน lag ที่ต่ำกว่าเป็นจำนวน lag ที่เหมาะสมโดยพิจารณาจากค่าสถิติ LR กับค่าวิกฤต หากค่าสถิติ LR ที่คำนวณได้มีค่าต่ำกว่าค่าวิกฤตอย่างมีนัยสำคัญหรือยอมรับสมมติฐานหลัก (H_0 : จำนวน lag ที่ต่ำกว่าเป็นจำนวน lag ที่เหมาะสม) ก็จะทำการทดสอบเลือกจำนวน lag ถัดไปจนกระทั่งค่าสถิติ LR ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤตอย่างมีนัยสำคัญหรือปฏิเสธสมมติฐานหลัก (H_0) ดังนั้นจำนวน lag ที่ได้ก็คือ จำนวน lag ที่เหมาะสม

- Final Predication Error (FPE)

$$FDE = |\Sigma_u| \left(\frac{T+\bar{m}}{T-\bar{m}}\right)^K \tag{2.14}$$

โดยที่

$\bar{m}$	คือ	ค่าเฉลี่ยของจำนวนพารามิเตอร์ที่มากกว่าจำนวน K สมการ
T	คือ	จำนวนของตัวอย่างในสมการ
Σ_{u}	คือ	เมทริกซ์ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม(covariance matrix)
$\lvert\Sigma_u\rvert$	คือ	determinat ของเมทริกซ์ Σ_{u}

โดยจะเลือกจำนวน Lag จากค่า FPE ที่มีค่าน้อยที่สุด

- Schwarz Bayesian Information Criterion (SIC)

$$SIC \; = ln(|\Sigma_u|) + \frac{ln(T)}{T} pK^2 \tag{2.15}$$

โดยที่

p	คือ	จำนวน lag
T	คือ	จำนวนของตัวอย่างในสมการ
K	คือ	จำนวนของสมการ
Σ_u	คือ	เมทริกซ์ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม(covariance matrix)
$\vert\Sigma_u\vert$	คือ	determinant ของเมทริกซ์ Σ_u

โดยจะเลือกจำนวน Lag จากค่า SBIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

- Hannan – Quinn Information Criterion (HQIC)

$$HQIC = \ln(|\Sigma_u|) + \frac{2ln[ln(T)]}{T} pK^2 \tag{2.16}$$

โดยที่

p	คือ	จำนวน lag
T	คือ	จำนวนของตัวอย่างในสมการ
K	คือ	จำนวนของสมการ
Σ_u	คือ	เมทริกซ์ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม(covariance matrix)
$\vert\Sigma_u\vert$	คือ	determinant ของเมทริกซ์ Σ_u

โดยจะเลือกจำนวน Lag จากค่า HQIC ที่มีค่าน้อยที่สุด

ในการเลือกจำนวน lag นั้นจากการศึกษาของ Liew (2004) พบว่า ถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดเล็ก(จำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 60 ตัวอย่าง) เลือกจำนวน Lag จาก AIC และ FPE จะทำให้

การประมาณค่าความถูกต้องมากที่สุด และถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (จำนวนมากกว่า 60 ตัวอย่าง) นั้น การเลือกจำนวน Lag จาก HQIC จะทำการประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุดและจากการศึกษาของ Asghar และ Abid(2007) พบว่า ถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดเล็ก (จำนวน 30 ตัวอย่าง) การเลือกจำนวน Lag จาก AIC และ FPE จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด สำหรับตัวอย่างขนาด 60 ตัวอย่างนั้น การเลือกจำนวน Lag จาก HQIC จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุดแต่ผลจาก AIC และ SIC ก็ให้การประมาณค่าที่ถูกต้องด้วยเช่นกัน และพบว่าถ้าขนาดของตัวอย่างมีขนาดใหญ่(จำนวน 120 ตัวอย่างขึ้นไป) การเลือกจำนวน Lag จาก SIC จะทำให้การประมาณค่ามีความถูกต้องมากที่สุด และจากการศึกษาของ Jiménez – Rodríguez และ Sánchez (2005) นั้นพบว่าจำนวน lag ที่เหมาะสม จากวิธี likelihood ratio test (LR) จะทำให้ผลดีเท่ากับ AIC และ HQIC

2.1.3 แบบจำลอง Smooth Transition Autoregressive (STAR Model)

แบบจำลอง smooth transition autoregressive ถูกพัฒนามาโดย Teräsvirta and Anderson (1992) ซึ่งเป็นประเภทหนึ่งในตัวแบบจำลอง regime switching แต่มีความแตกต่างกับตัวแบบจำลอง Markov Switching ที่ชัดเจนคือ ตัวแบบจำลอง STAR มีตัวแปรบ่งชี้ (transition variable) ซึ่งเป็นตัวแปรที่สามารถเก็บข้อมูลได้ ดังนั้นจึงสามารถระบุฟังก์ชันความเป็นที่จะใช้ regime ใดในการพรรณนาพฤติกรรมการเคลื่อนไหวของตัวแปรได้ แต่ในตัวแบบจำลอง Markov Switching ไม่สามารถเก็บตัวแปรบ่งชี้สถานการณ์ได้ ดังนั้นจึงไม่สามารถระบุฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลงได้ แต่จะคาดการณ์ได้เพียงโอกาสความน่าจะเป็นที่จะใช้ regime ใดในการอธิบายตัวแปรที่กำลังพิจารณา อีกทั้งความน่าจะเป็นในการใช้ regime ใดจะมีค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง

Enders (1995) กล่าวว่า แบบจำลอง smooth transition autoregressive ให้การเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ autoregressive เป็นไปอย่างเชื่องช้า โดยการพิจารณาแบบจำลอง smooth transition autoregressive นั้น มีการประยุกต์มาจากแบบจำลองพิเศษ NLAR (nonlinear autoregressive Model) ดังนี้

$$y_{\mathrm{t}} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_1 y_{t-1} f(y_{t-1}) + \varepsilon_t \tag{2.17}$$

โดยที่

y_{t}	คือ	ค่าของตัวแปรตาม ณ ช่วงเวลา t
y_{t-1}	คือ	ค่าของตัวแปรตาม ณ ช่วงเวลา t-1
α_0	คือ	ค่าคงที่
α_1, β_1	คือ	สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (autoregressive coefficient)
$f(\cdot)$	คือ	ฟังก์ชัน smooth continuous
ε_t	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

เมื่อสัมประสิทธิ์การถดถอยอัตโนมัติ $(\alpha_1 + \beta_1)$ มีการเปลี่ยนแปลงอย่างราบเรียบไปด้วยกันกับค่าของ $y_{\mathrm{t}-1}$ จะนำไปสู่การใช้รูปแบบของแบบจำลอง STAR โดยทั่วไปเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{t}} = {} & \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} \\ & + \theta\left[\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \cdots + \beta_p y_{t-p}\right] + \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.18}$$

โดยที่

y_{t}	คือ	ค่าของตัวแปรตาม ณ ช่วงเวลา t
y_{t-1}	คือ	ค่าของตัวแปรตาม ณ เวลา t-1; i=1,…,p
α_0, β_0	คือ	ค่าคงที่
α_n, β_n	คือ	สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (autoregressive coefficient) เมื่อ n = 1,…,p
θ	คือ	ฟังก์ชั่นการเปลี่ยนแปลง (transition function)
ε_t	คือ	ค่าความคลาดเคลื่อน

โดยรูปแบบของแบบจำลอง STAR นั้นมีฟังก์ชันกาเปลี่ยนแปลงอยู่ 2 รูปแบบ คือ รูปแบบฟังก์ชัน Logistic และ รูปแบบฟังก์ชัน Exponential

- รูปแบบของฟังก์ชัน Logistic

$$\theta = \left[1 + exp\left(-\gamma(y_{t-1} - c)\right)\right]^{-1} \quad (2.19)$$

โดยที่ y_{t-1} คือ ตัวแปรบ่งชี้ (transition variable) เป็นตัวแปรที่สามารถเก็บข้อมูลได้ ตัวแปรบ่งชี้จะเป็นตัวแปรที่ชี้ว่าในแต่ละจุดเวลา t จะให้น้ำหนักในสมการใดเพื่อพรรณนาพฤติกรรมของตัวแปรที่กำลังพิจารณา โดยตัวแปรบ่งชี้อาจจะเป็นค่าในอดีตของตัวแปร หรือตัวแปรภายนอกก็เป็นได้

c คือ พารามิเตอร์ในฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลง เป็นค่าอ้างอิงที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการตัดสินใจ เพื่อจะทำการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักที่จะใช้ในแต่ละสมการทั้ง 2 (threshold between to two regimes)

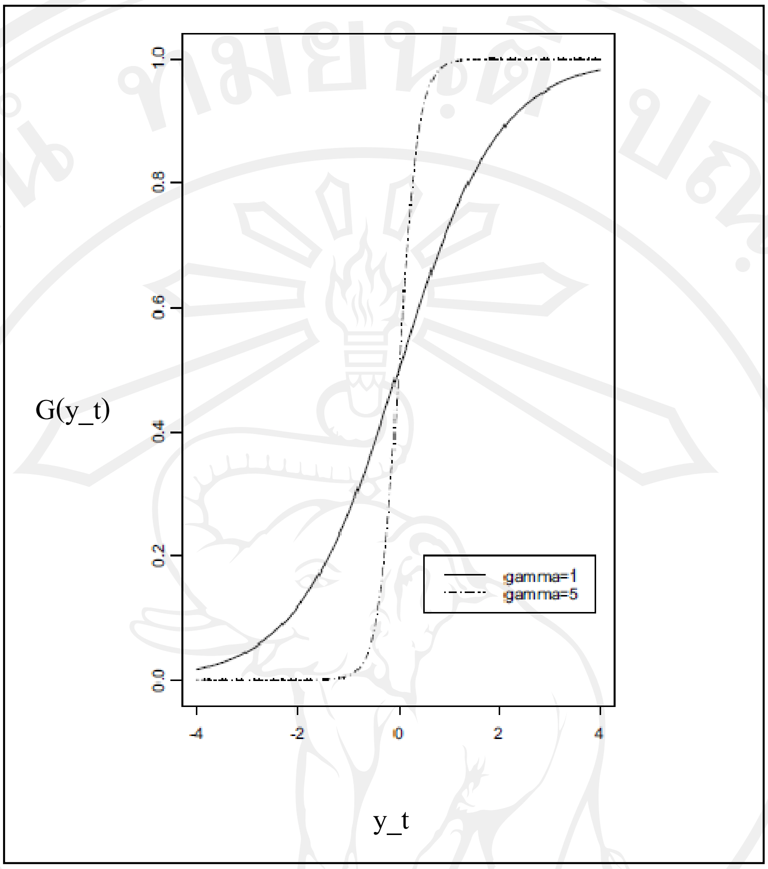
γ คือ พารามิเตอร์ในฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลง γ ชี้ถึงความเร็วของการเปลี่ยนแปลงจาก regime หนึ่ง หรืออาจเรียกได้ว่า smoothness parameter ในฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลง γ ชี้ถึงความเร็วของการเปลี่ยนแปลงจาก regime หนึ่งไปอีก regime หนึ่ง พารามิเตอร์ γ จะมีค่าอยู่ระหว่างศูนย์ถึงอนันต์ (infinity) และแบบจำลอง LSTAR จะกลายเป็นแบบจำลอง AR(p) ก็ต่อเมื่อ ค่า θ เป็นค่าคงที่สำหรับค่า lag ของอัตสหสัมพันธ์(autoregressive) ขึ้นอยู่กับค่าของ y_{t-1} กล่าวคือ เมื่อ y_{t-1} เข้าไปใกล้ค่าลบอนันต์ จะทำให้ θ เข้าใกล้ศูนย์ด้วย ดังนั้นพฤติกรรมของ y_t สามารถอธิบายได้โดย

$$\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.20)$$

ในทางกลับกันเมื่อ y_{t-1} เข้าใกล้ค่าบวกอนันต์ จะทำให้ θ เข้าใกล้หนึ่ง ดังนั้นพฤติกรรมของ y_t สามารถอธิบายได้โดย

$$(\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1) y_{t-1} + \cdots + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

ด้วยเหตุนี้ ค่าคงที่และ autoregressive coefficient smoothly เปลี่ยนแปลงระหว่างสองขอบเขต โดยค่าการเปลี่ยนแปลงของ y_{t-1} ดังรูป



รูปที่ 2.1 รูปแบบของฟังก์ชัน Logistic

- รูปแบบของฟังก์ชัน Exponential

$$\theta = 1 - exp[-\gamma(y_{t-1} - c)^2] \quad \gamma > 0 \tag{2.22}$$

โดยที่ y_{t-1} คือ ตัวแปรบ่งชี้ (transition variable) เป็นตัวแปรที่สามารถเก็บข้อมูลได้ ตัวแปรบ่งชี้จะเป็นตัวแปรที่ชี้ว่าในแต่ละจุดเวลา t จะให้น้ำหนักในสมการใดเพื่อพรรณนาพฤติกรรมของตัวแปรที่กำลังพิจารณา โดยตัวแปรบ่งชี้อาจจะเป็นค่าในอดีตของตัวแปร หรือตัวแปรภายนอกก็เป็นได้

c คือ พารามิเตอร์ในฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลง เป็นค่าอ้างอิงที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการตัดสินใจเพื่อจะทำการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักที่จะใช้ในแต่ละสมการทั้ง 2 (threshold between to two regimes)

γ คือ พารามิเตอร์ในฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลง γ ชี้ถึงความเร็วของการเปลี่ยนแปลงจาก regime หนึ่งไปอีก regime หนึ่ง หรืออาจจะกล่าวได้ว่า ESTAR ก็เช่นเดียวกับ LSTAR ค่าพารามิเตอร์ γ จะมีค่าอยู่ระหว่างศูนย์ถึงอนันต์ (infinity) และแบบจำลอง ESTAR จะกลายเป็นแบบจำลอง AR(p) ก็ต่อเมื่อค่า θ เป็นค่าคงที่ แบบจำลองนี้จะแสดงถึงพฤติกรรมที่ไม่ใช่เชิงเส้นตรง สัมประสิทธิ์ของแบบจำลอง ESTAR เป็นแบบสมมาตร (symmetric) รอบ $y_{t-1} = c$ เมื่อ y_{t-1} เข้าใกล้ c จะทำให้ θ เข้าใกล้ศูนย์ด้วย

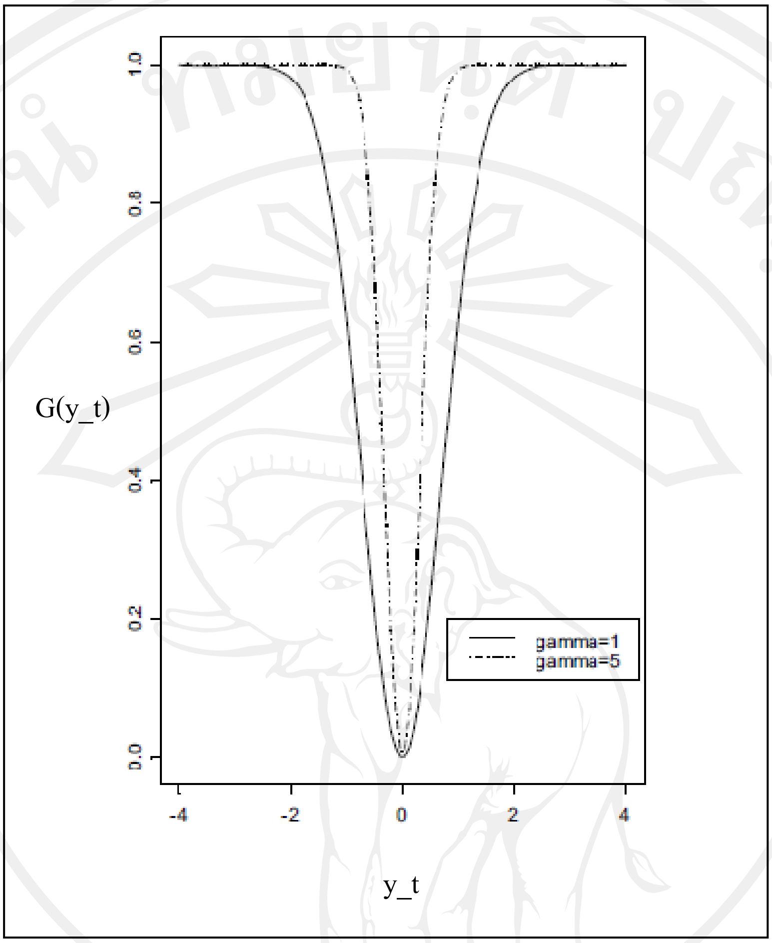
ดังนั้น พฤติกรรมของ y_t สามารถอธิบายได้โดย

$$\alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (2.23)$$

ในทางกลับกันเมื่อ y_{t-1} ออกจาก c จะทำให้ θ เข้าใกล้หนึ่งด้วย ดังนั้น พฤติกรรมของ y_t สามารถอธิบายได้โดย

$$(\alpha_0 + \beta_0) + (\alpha_1 + \beta_1) y_{t-1} + \cdots + \varepsilon_t \qquad (2.24)$$

แบบจำลอง ESTAR มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงดังรูปที่



รูปที่ 2.2 รูปแบบฟังก์ชัน Exponential

2.1.4. ฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function: ACF)

ฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองเป็นมาตรวัดความสัมพันธ์ในค่าของข้อมูลที่เกิดขึ้น ณ เวลาต่างๆ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร Y_t และ Y_{t+k} ในอนุกรมเวลาที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลา เรียกว่าสหสัมพันธ์ในตัวเองที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลา แทนด้วย ρ_k และสามารถประมาณได้ด้วยสหสัมพันธ์ในตัวเองจากตัวอย่างในอนุกรมเวลาที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลา (simple autocorrelation of lag k) แทนด้วย

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t-\bar{Y})(Y_{t+k}-\bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\bar{Y})^2} \qquad k = 1,2,\ldots$$

โดยที่

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Y_t}{n}$$

การทดสอบความมีนัยสำคัญของสหสัมพันธ์ในตัวเอง

ในการทดสอยความมีนัยสำคัญของสหสัมพันธ์ในตัวเอง มีขั้นตอนการทดสอบดังนี้

สมมติฐานในการทดสอบ

$H_0: \rho_k = 0$ ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเอง

$H_1: \rho_k \neq 0$ มีสหสัมพันธ์ในตัวเองที่อยู่ห่างกัน *k* ช่วงเวลาแตกต่างจากศูนย์

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ : r_k

2.1.5. ฟังก์ชั่นสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF)

สหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน คือ สหสัมพันธ์ในตัวเอง(autocorrelation) ระหว่างตัวแปร Y_t และ Y_{t+k} ในอนุกรมเวลาที่อยู่ห่างกัน k ช่วงเวลาที่ขจัดอิทธิพลของตัวแปรที่อยู่ระหว่างตัวแปรทั้งสองได้แก่ $Y_{t+1}, Y_{t+2}, \ldots, Y_{t+k-1}$ ออกไป แทนด้วย ρ_{kk} และสามารถประมาณได้ด้วยสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วนที่อยู่ห่างกัน *k* ช่วงเวลา (sample partial autocorrelation of lag k) แทนด้วย

$$r_{kk} = \begin{cases} r_1, & k = 1 \\ \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} & k = 2,3,\ldots \end{cases}$$

โดยที่

$$r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{kk} r_{k-1,k-j} \qquad j = 1,2,\ldots,k-1$$

การทดสอบความมีนัยสำคัญของสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน

การทดสอบความมีนัยสำคัญของสหสัมพันธ์บางส่วน มีขั้นตอนในการทดสอบดังนี้

สมมติฐานในการทดสอบ

$H_0: \rho_{kk} = 0$ ไม่มีสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน

$H_1: \rho_{kk} \neq 0$ มีสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน

ในกรณีที่พบว่าชุดข้อมูลยังไม่คงที่ (non-stationality) Box และ Jenkins แนะนำว่าให้ใช้วิธีการหาค่าแตกต่าง (differencing) หรือ การแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึม เพื่อทำให้ข้อมูลคงที่ จำนวนลำดับของการหาค่าแตกต่าง พิจารณาได้จากยอด (spike) ใน partial autocorrelation plot ซึ่งโดยปกติจำนวนยอดมักไม่เกิน 2 ยอด และเมื่อสร้างกราฟด้วย partial autocorrelation plot มียอดเพียง 1 ยอด แสดงว่าจำนวนลำดับของการหาค่าแตกต่างเพียง 1 ก็เพียงพอ

ในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดู ไม่มีความจำเป็นที่จะต้องขจัดออกไปด้วยวิธีหารหาค่าแตกต่างตามฤดู(seasonal differencing) เสียก่อน เหมือนกรณีแรก หากว่าทราบจำนวนลำดับ (order) ของตัวแปร seasonal autoregressive และ seasonal moving average สามารถรวมเอาตัวแปรทั้งสองเข้าไปในแบบจำลองได้ อย่างไรก็ตามในขั้นตอนนี้อาจลองทำการหาค่าแตกต่างตามฤดู แล้วสร้างกราฟตามเวลาอีกครั้งหนึ่งเพื่อดูว่าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูถูกขจัดออกไปหรือไม่ ภายหลังจากพิจารณาความคงที่ของข้อมูลและการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลแล้ว ในขั้นตอนต่อไปจะต้องค้นหาจำนวนลำดับของตัวแปร autoregressive (กำหนดให้เป็น p) และ moving average (กำหนดให้เป็น q) ซึ่งสามารถทำได้โดยการสร้างกราฟแบบ autocorrelation plot และ partial autocorrelation plot ทั้งรูปลักษณ์ของ autocorrelation plot และ partial autocorrelation plot จะเป็นตัวกำหนดจำนวนลำดับของ p และ q โดยมีข้อพิจารณาดังแสดงในตาราง

ตารางที่ 2.1 แสดงรูปร่างของ Autocorrelation plot และ Partial autocorrelation plot ในการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

รูปร่างของ Autocorrelation plot และ Partial autocorrelation plot		**ชนิดของ Model**
ACF PACF	- ค่อยๆลดลงแบบ exponential; - ยอดที่ lag 1, และไม่พบสหสัมพันธ์ที่ lag อื่น	จำนวนลำดับของ autoregressive(p) เท่ากับ 1
ACF PACF	- มีรูปลักษณ์แบบ sine-wave หรือค่อยๆลดลงแบบ exponential; - ยอดที่ lag 1 และ lag 2, และไม่พบสหสัมพันธ์ที่ lag อื่น	จำนวนลำดับของ autoregressive(p) เท่ากับ 2
ACF PACF	- ยอดที่ lag 1, และไม่พบสหสัมพันธ์ที่ lag อื่น ; - ยอดค่อยๆลดลงแบบ exponential	จำนวนลำดับของ moving average(q) เท่ากับ 1
ACF PACF	- ยอดที่ lag 1 และ lag 2, และไม่พบสหสัมพันธ์ที่ lag อื่น; - มีรูปลักษณ์แบบ sine-wave หรือค่อยๆลดลงแบบ exponential	จำนวนลำดับของ moving average (q) เท่ากับ 2

ตารางที่ 2.1 แสดงรูปร่างของ Autocorrelation plot และ Partial autocorrelation plot ในการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง(ต่อ)

รูปร่างของ Autocorrelation plot และ Partial autocorrelation plot		**ชนิดของ Model**
ACF PACF	- ค่อยๆลดลงแบบ exponential โดยเริ่มที่ lag1; - ค่อยๆลดลงแบบ exponential โดยเริ่มที่ lag1	จำนวนลำดับของ autoregressive(p) เท่ากับ 1 และ จำนวนลำดับของ moving average(q) เท่ากับ 1
	ทั้งหมดเป็นศูนย์หรือเข้าใกล้ศูนย์	ข้อมูลเป็นแบบสุ่ม
	มีค่าสูงที่ช่วงที่คงที่	ต้องรวมตัวแปร seasonal autoregressive
	ไม่พบลักษณะของการค่อยๆลดลงจนเป็นศูนย์	ชุดข้อมูลยังไม่คงที่

หมายเหตุ ACF คือ Autocorrelation function

PACF คือ Partial autocorrelation function

พึงระลึกไว้เสมอว่าการตัดสินเลือกแบบจำลองชนิดใดนั้นไม่ตรงไปตรงมา และบ่อยครั้งต้องอาศัยประสบการณ์ร่วมกับการลองผิดลองถูก อย่างไรก็ตามรูปร่างของ autocorrelation plot และ partial autocorrelation plot แบบต่างๆ ที่แสดงในตารางที่ 2.1 โดยทั่วไปเพียงพอที่จะใช้ในการกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองได้ และมีข้อสังเกตว่าจำนวนลำดับของแต่ละค่าของพารามิเตอร์มักจะไม่เกิน 2 ซึ่งน่าจะใช้เป็นแนวทางในการเลือกแบบจำลองอื่นๆ กับข้อมูลเดิมเพื่อให้ได้แบบจำลองที่ดีที่สุด

2.1.6. การปรับข้อมูลให้เป็น Stationality

2.1.6.1 การทำให้แนวโน้มหายไป (ค่าเฉลี่ยคงที่)

ขั้นตอนแรกในการทำให้ข้อมูลมีค่าเฉลี่ยคงที่หรือแนวโน้มหายไป เรียกว่าการปรับให้เรียบ (smoothing) ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้วิธีการหาค่าเฉลี่ยของชุดข้อมูลเพื่อทำให้ส่วนที่ไม่เกี่ยวกับทั้งระบบถูกลบหายไป วิธีการที่นิยมทำกันมากที่สุดคือ

1. การหาค่าแตกต่าง (differencing) ได้แก่ การสร้างชุดข้อมูลชุดใหม่จากสมการ

$$Y_i = Z_i - Z_{i-1} \tag{2.25}$$

ด้วยเทคนิคดังกล่าว เราสามารถกำหนดจำนวนลำดับ (order) ของการหาค่าแตกต่างได้ โดยหาค่าแตกต่างของชุดข้อมูลด้วยการนำค่าของข้อมูลปัจจุบันลบด้วยค่าของข้อมูลก่อนหน้า 1 ลำดับ (order 1) แล้วนำผลต่างที่ได้ ซึ่งอาจจะเป็นบวกหรือลบก็ได้ มาทำเป็นข้อมูลชุดใหม่ และนำมาสร้างกราฟตามเวลา จะได้ว่าแนวโน้มจะหายไป แต่ข้อมูลอาจยังมีความแปรปรวนไม่คงที่ จะเห็นได้จากจุดสูงสุดและต่ำสุดของเส้นกราฟในแต่ละปีไม่คงที่

2. การใช้วิธี fit ข้อมูลก่อนด้วยแบบจำลองที่เหมาะสม จากนั้นสร้างอนุกรมเวลาชุดใหม่จากความแตกต่างระหว่างค่าที่แท้จริงและค่าที่ได้จากการทำนายด้วยสมการที่เรียกว่าค่าคงเหลือ (residuals) จากข้อมูล หากวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูลกับเวลา โดยใช้สถิติถดถอยเชิงตรงแบบง่าย จะได้สมการ ดังนี้

$$y = \alpha + \beta x \tag{2.26}$$

โดยที่

y คือ จำหน่วยข้อมูล
x คือ ลำดับที่ข้อมูล(1,2,3,..,)

จากนั้น หาค่าคงเหลือ (residuals) และเมื่อนำมาสร้างกราฟตามเวลา จะได้ว่าแนวโน้มหายไป แต่ข้อมูลยังมีความแปรปรวนไม่คงที่และมีการเปลี่ยนแปลงตามฤดู (seasonality)

2.6.2 การทำให้ความแปรปรวนคงที่

วิธีการที่นิยมใช้ในการทำให้ข้อมูลมีความแปรปรวนคงที่ คือ การแปลงข้อมูลด้วยการหาค่าลอการิทึมหรือหารากที่สอง(square root) ของข้อมูลแต่ละค่า ในกรณีที่ข้อมูลเป็นลบ ก็อาจบวกค่าของข้อมูลแต่ละค่าด้วยค่าคงที่ที่เหมาะสม เพื่อทำให้ทุกจำนวนเป็นบวกก่อนที่จะทำการแปลงข้อมูลดังกล่าว หากทำการแปลงข้อมูลด้วยการหาค่าลอการิทึมฐาน e (natural logarithm) ของข้อมูลแต่ละค่าแล้วนำไปสร้างกราฟตามเวลา จะได้ว่าค่าความแปรปรวนคงที่ (จุดต่ำสุดและสูงสุดของแต่ละปีมีค่าคงที่) แต่ยังแสดงแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงและมีการเปลี่ยนแปลงตามฤดู (seasonality)

2.6.3 การทำให้การเปลี่ยนแปลงตามฤดู (Seasonality) หายไป

การทำให้การเปลี่ยนแปลงตามฤดู (seasonality) หายไปใช้วิธีการเช่นเดียวกับการทำให้แนวโน้มหายไป นั่นคือ การหาค่าความแตกต่างของชุดข้อมูลด้วยการนำค่าข้อมูลปัจจุบันลบด้วยค่า

ของข้อมูลก่อนหน้า 12 ลำดับ (oder 1 period 12) แล้วนำผลต่างที่ได้ ซึ่งอาจจะเป็นบวกหรือลบก็ได้ มาทำเป็นข้อมูลชุดใหม่ เมื่อสร้างกราฟตามเวลา จะได้ว่าการเปลี่ยนแปลงตามฤดูหายไปแล้ว แต่ข้อมูลยังแสดงแนวโน้มและความแปรปรวนไม่คงที่

2.6.4 การทำให้แนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงตามฤดู (Seasonality) หายไปและความแปรปรวนคงที่

การทำให้แนวโน้ม การเปลี่ยนแปลงตามฤดู (seasonality) หายไป และความแปรปนวนคงที่ สามารถทำได้โดยการผสมผสานวิธีการต่างที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ซึ่งควรจะเริ่มต้นด้วยการแปลงข้อมูลด้วยการหาค่าลอการิทึม (เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาค่าที่เป็นลบซึ่งจะหาค่าลอการิทึมไม่ได้) จากนั้นนำชุดข้อมูลที่แปลงมาทำ differencing และ seasonal differencing ตามลำดับ และนำข้อมูลที่ผ่านการแปลงดังกล่าวไปสร้างกราฟตามเวลา

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานศึกษาที่เกี่ยวข้องกับการพยากรณ์ความต้องการใช้พลังงานน้ำมันของประเทศไทย โดยในการศึกษาครั้งนี้มีการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

อรุณศรี แซ่ฉั่ง (2549) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การพรรณนาพฤติกรรมการเคลื่อนไหวอัตราผลตอบแทนส่วนเกินของพันธบัตรรัฐบาลของประเทศไทย โดยแบบจำลอง STAR โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ เพื่อประยุกต์ตัวแบบจำลอง Vector STAR ในการพรรณนาพฤติกรรมการเคลื่อนไหวเชิงสุ่มของผลตอบแทนจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลเหนือการลงทุนในหลักทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงและเพื่อตรวจสอบในรายละเอียดถึงพฤติกรรมความเสี่ยงของอัตราผลตอบแทนส่วนเกินจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลในแต่ละจุดของเวลาแบบมีเงื่อนไขขึ้นกับตัวชี้ค่าทางเศรษฐกิจ โดยตัวชี้ค่าทางเศรษฐกิจที่จะนำมาศึกษา มี 2 ตัวแปรคือ (1) ความชันของเส้นโครงสร้างอัตราผลตอบแทน (slope of term structure interest rate) (2) อัตราผลตอบแทนของการลงทุนในดัชนีตลาดหลักทรัพย์แห่งประเทศไทย (stock return) ทำการศึกษาโดยใช้ข้อมูลตั้งแต่วันที่ 16 กันยายน พ.ศ.2542 ถึงวันที่ 30 ธันวาคม พ.ศ. 2547

ผลการศึกษาพบว่า พฤติกรรมการเคลื่อนไหวของอัตราผลตอบแทนส่วนเกินจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลในแต่ละอายุคงเหลือมีลักษณะที่มิใช่เชิงเส้นตรง โดยพฤติกรรมการเคลื่อนไหวเชิงสุ่มของตราผลตอบแทนส่วนเกินจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลในแต่ละอายุคงเหลือมีการเปลี่ยนแปลงตามภาวะดอกเบี้ย (regime switching behavior) ซึ่งเป็นกลไกของตัวแปรค่าในอดีตของอัตราผลตอบแทนส่วนเกินจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาล ผลการศึกษายังพบอีกว่า

พฤติกรรมการเคลื่อนไหวเชิงสุ่มของอัตราผลตอบแทนส่วนเกินจากการลงทุนในพันธบัตรรัฐบาลในแต่ละอายุคงเหลือถูกกำหนดด้วยค่าในอดีต ผลต่างของความชันเส้นโครงสร้างอัตราดอกเบี้ยที่มีทิศทางในทางตรงกันข้ามกันเพียงอย่างเดียว และอัตราผลตอบแทนส่วนเกินของการลงทุนในดัชนีหลักทรัพย์ มีทิศทางทั้งทางตรงกันข้ามและทางเดียวกัน ขึ้นอยู่กับภาวะดอกเบี้ยในตลาด

พงษ์ศิริ ศิริพานิช(2550) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบผสมระหว่าง ARIMA และเครือข่ายประสาทเทียม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของการพยากรณ์อนุกรมเวลาด้วยตัวแบบ AIRIMA (autoregressive integrated moving average model) ANN (artificial neural network) และตัวแบบผสมระหว่าง ARIMA และ ANN ในการพยากรณ์ราคาหุ้นในตลาดหลักทรัพย์โดยใช้ข้อมูลของ บริษัท ปตท. จำกัด(มหาชน): PTT และธนาคารกรุงเทพ จำกัด (มหาชน) : BBL ตั้งแต่วันที่ 4 มกราคม 2548 ถึง 5 เมษายน 2550 รวมจำนวน 554 วัน โดยแบ่งข้อมูลเป็น 2 ส่วน คือ ข้อมูล 524 วันแรกเป็นชุดข้อมูลฝึกสอนและข้อมูล 30 วันหลังเป็นชุดข้อมูลทดสอบ

ผลการวิจัยพบว่า ในการพยากรณ์ข้อมูลราคาปิดของหุ้น PTT ตัวแบบผสมระหว่าง ARIMA และ ANN สามารถให้ค่าพยากรณ์ในอนาคตระยะสั้นได้ถูกต้องมากกว่าวิธี ตัวแบบ ARIMA และ ตัวแบบ ANN แต่สำหรับการพยากรณ์ค่าในระยะยาว ตัวแบบ ANN ให้ค่าพยากรณ์ได้ถูกต้องมากสุด แต่ในการพยากรณ์ข้อมูลราคาปิดของหุ้น BBL พบว่าตัวแบบ ANN ให้ค่าพยากรณ์ได้ถูกต้องมากที่สุดทั้งระยะยาวและระยะสั้น

ผจงจิต ติ๊บประสอน(2551) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลกระทบของการบริโภคพลังงานต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย โดยมีวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ หนึ่ง วิเคราะห์ผลกระทบของการบริโภคพลังงานต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของของประเทศไทย โดยแบบจำลองสมการถดถอยเชิงเส้นตรง (linear model) และแบบจำลองสมการถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้นตรง (nonlinear model) สอง เปรียบเทียบผลกระทบของการบริโภคพลังงานต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยระหว่างแบบจำลองสมการถดถอยเชิงเส้นตรงและแบบจำลองสมการถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้นตรง ซึ่งข้อมูลที่ทำการศึกษาเป็นข้อมูลทุติยภูมิรายปีตั้งแต่ช่วงปี พ.ศ.2520 ถึงปี พ.ศ.2550 ประกอบด้วย ข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ ข้อมูลปัจจัยทุน ข้อมูลแรงงานและข้อมูลการบริโภคพลังงาน แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้มาจากฟังก์ชันการผลิตแบบนีโอคลาสสิค(Neoclassical)โดยแบบจำลองสมการถดถอยเชิงเส้นตรง ทำการวิเคราะห์ผลกระทบด้วยวิธีการร่วมไปด้วยกัน (cointegration test) ตามวิธีของ Engle and Granger ผลการศึกษาพบว่า

การบริโภคพลังงานมีผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทยส่วนแบบจำลองสมการถดถอยที่ไม่ใช่เชิงเส้นตรง ทำการวิเคราะห์ผลกระทบด้วยแบบจำลอง threshold autoregressive (TAR Models) พบว่าที่ระดับการบริโภคพลังงานต่ำ การบริโภคพลังงานส่งผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศไทย ส่วนที่ระดับการบริโภคพลังงานสูง การบริโภคพลังงานส่งผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของประเทศเช่นกัน แต่อัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจโตในอัตราที่ลดลง

ทรรศนาพร ขันธ์ทะยศ(2553) ได้การศึกษาเรื่อง การปรับตัวแบบไม่เชิงเส้นในอัตราแลกเปลี่ยนที่จริงของประเทศไทย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการปรับตัวอย่างไม่เป็นเส้นตรงในทฤษฎีความเสมอภาคในอำนาจซื้อแบบเปรียบเทียบในกรณีอัตราแลกเปลี่ยนของประเทศไทยกับสหรัฐอเมริกา ญี่ปุ่น มาเลเซียและสิงค์โปร์ โดยใช้ข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยน ดัชนีราคาผู้บริโภคและดัชนีราคาผู้ผลิต ซึ่งเป็นข้อมูลทุติยภูมิแบบอนุกรมเวลารายเดือน ตั้งแต่เดือนกรกฎาคม ปี พ.ศ.2541 ถึงเดือนมิถุนายน ปีพ.ศ.2551 จำนวนเดือน 120 เดือน

ผลการทดสอบความนิ่งของข้อมูล พบว่า ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาทุกตัวมีความนิ่งของข้อมูลที่อันดับเดียวกัน คือ I(0) และการศึกษาทุกกรณีมีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพในระยะยาว การตรวจสอบด้วยวิธี RESET, BDS และ auxiliary regression พบว่า กรณีประเทศไทยกับสหรัฐอเมริกา มาเลเซีย และสิงค์โปร์ มีคุณลักษณะของสมการถดถอยที่ไม่ใช่เส้นตรงจึงนำข้อมูลดังกล่าวมาทำการตัดสินใจเลือกระหว่าง LSTAR หรือ ESTAR ด้วยสมการช่วยเชิงถดถอย พบว่า กรณีประเทศไทยกับสหรัฐอเมริกา และสิงค์โปร์ มีรูปแบบเป็นแบบจำลอง ESTAR ส่วนกรณีประเทศไทยกับมาเลเซีย มีรูปแบบเป็นแบบจำลอง LSTAR การประมาณค่าแบบจำลอง STAR พบว่า กรณีความแตกต่างของอัตราแลกเปลี่ยนและความแตกต่างของดัชนีราคาผู้บริโภคของประเทศไทยกับสหรัฐอเมริกา มาเลเซียและสิงค์โปร์ กรณีความแตกต่างของอัตราแลกเปลี่ยนและความแตกต่างของดัชนีราคาผู้ผลิตของประเทศไทยกับสิงค์โปร์ มีต้นทุนธุรกรรม ซึ่งแสดงให้เห็นการเบี่ยงเบนที่ใหญ่ออกจากความเสมอภาคในอำนาจซื้อ โดยกระบวนการจะเป็นการวกกลับเข้าสู่ค่าเฉลี่ย และมีแนวโน้มที่จะกลับเข้าสู่ดุลยภาพ

Lee and Chang (2005) ได้ทำการศึกษาเรื่องผลกระทบของการบริโภคพลังงานต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ วิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองเชิงเส้นตรง(linear Model) และแบบจำลองที่ไม่ใช่เส้นตรง(nonlinear model) ของประเทศไต้หวัน ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจมหภาครายปีในช่วงปี ค.ศ. 955-2003 โดยแบบจำลองมีพื้นฐานมาจากแบบจำลองของสำนัก นีโอคลาสสิก

ที่มีฟังก์ชั่นการผลิต 1 ภาค การศึกษาโดยใช้แบบจำลองเส้นตรง ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบธรรมดา (ordinary least square: OLS) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการบริโภคและเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ผลการศึกษาพบว่าการเปลี่ยนแปลงการบริโภคพลังงานมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ แต่ยังมีความสัมพันธ์บางส่วนที่ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนการศึกษาโดยแบบจำลองที่ไม่ใช่เส้นตรง ใช้วิธีการแบบ threshold autoregressive model (TAR Models) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างการบริโภคพลังงานต่ำจะมีผลกระทบเชิงบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ดังนั้น แบบจำลองสมการที่ไม่ใช่เส้นตรงจึงอธิบายผลกระทบของการบริโภคพลังงานต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ทั้งในด้านปริมาณและธรรมชาติของผลกระทบภายนอกได้ดีกว่าแบบจำลองสมการที่เป็นเส้นตรง

PATHAIRAT PASTPIPATKUL(2009) ได้ทำการศึกษาการประยุกต์ใช้เศรษฐมิติอนุกรมเวลาขั้นสูงเพื่อการวิเคราะห์ดัชนีราคาหลักทรัพย์บางกลุ่มในภูมิภาคเอเชีย ได้นำเสนอหลักฐานบทบาทของราคาน้ำมันรายสัปดาห์ที่มีต่อดัชนีหลักทรัพย์เอเชีย นิเคอิค 225 ดัชนีตลาดหลักทรัพย์โตเกียว ดัชนีตลาดหลักทรัพย์ออสเตรเลีย ดัชนีหลักทรัพย์กัวลาลัมเปอร์ ดัชนีตลาดหลักทรัพย์ไต้หวัน ดัชนีหลักทรัพย์อินเดีย โดยวิธีหาความสัมพันธ์แบบมีเงื่อนไขที่ผันแปรตามเวลา การเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันมีบทบาทสำคัญในทุกตลาดหลักทรัพย์ ยกเว้นตลาดหลักทรัพย์อินเดียที่ประมาณด้วยแบบจำลองสองตัวแปร โดยไม่มีตัวแปรอธิบาย การรวมการเปลี่ยนแปลงราคาน้ำมันเพิ่มความสัมพันธ์แบบผันแปรในแบบจำลองพลวัตร อีกทั้ง การเปลี่ยนแปลงรูปแบบ แบบจำลองการสลับเปลี่ยนแบบปรับเรียบของความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไข แสดงให้ทราบว่าความสัมพันธ์อย่างมีเงื่อนไขเพิ่มขึ้นระหว่างช่วงเวลาของความผันแปร

กระบวนการความจำระยะยาวสามารถอธิบายการมีอยู่ของข้อมูลอนุกรมเวลาได้เป็นอย่างดี ราคาดัชนีรายวันที่ทำการใส่ค่าล็อคแล้ว โดยเริ่มจากวันที่ 10 เดือน พฤศจิกายน ปี ค.ศ. 1998 ถึง วันที่ 10 เดือน พฤศจิกายน ปี ค.ศ. 2998 มีค่าอัตสหสัมพันธ์ที่แสดงการมีอยู่อย่างสูงมากและยังมีค่าที่มีนัยสำคัญ ค่าสถิติ R/S และค่าสถิติ GPH ยืนยันมีอยู่ของคุณสมบัติความจำระยะยาวในตลาดหลักทรัพย์อินเดียประกอบด้วยคุณสมบัติเชิงเส้นและค่าความลาดเอียง ตลาดหลักทรัพย์ นิเคอิ 225 ตลาดหลักทรัพย์ฟิลิปปินส์ มีความนิ่งและมีคุณสมบัติความจำระยะสั้น ตลาดหลักทรัพย์เซี่ยงไฮ้ ตลาดหลักทรัพย์อินโดนีเซีย ตลาดหลักทรัพย์มาเลเซีย ตลาดหลักทรัพย์ประเทศไทย ตลาดหลักทรัพย์เกาหลี ตลาดหลักทรัพย์ไต้หวัน มีคุณสมบัตินิ่งและมีความจำระยะยาว การกำหนดจุด ACF ของล็อคราคาดัชนีหลักทรัพย์เอเชียเหมาะสมกับแบบจำลอง SEMIFAR ได้เป็นอย่างดี และ

สามารถแทนค่า μ ได้ด้วยค่า g(it) ซึ่งก็คือ ค่าแนวโน้มแบบเรียบ แผนภาพได้แสดงค่าพยากรณ์ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานการพยากรณ์และการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ไม่ได้เปลี่ยนการพยากรณ์

ความสัมพันธ์ของความเสี่ยงและอัตราตอบแทนของตลาดหุ้นชาวเอเชียด้วยแบบจำลองความผันผวนตามเวลา CAPE ตลาดหลักทรัพย์จำนวน 10 ตลาดได้ถูกเสนอด้วย อเดปทิฟลิสสแคร์ของ คลาแมน เบเซียน และการถดถอยแบบคลอไทล์ ได้นำมาประมาณแบบจำลองความผันผวนตามเวลา CAPM โดยเปรียบเทียบค่า อัลฟา เบต้า สำหรับแต่ละค่าประมาณ ค่าประมาณตามเวลาของค่า อัลฟาและเบต้า ของแต่ละตัวประมาณ ค่าอัลฟาและเบต้าที่ถูกประมาณด้วยการถดถอยคลอไทล์จะมากกว่าและน้อยกว่าการประมาณค่าอัลฟาและเบต้า ที่ประมาณจากเบเซียนและคลาแมนฟิลเตอร์ที่คลอไทล์ 2.5% และ 97.5% โดยที่การประมาณด้วยวิธีเยเซี่ยนและคลาแมนฟิลเตอร์แสดงค่าที่ใกล้เคียงกัน