

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	พรีนซิพอลทีอินเจคทีฟมอดูลบนริงสลับที่	
ชื่อผู้เขียน	นางสาวกัลทิมา ขำรอด	
วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ :	รศ.จินตนา แสนวนวงศ์	ประธานกรรมการ
	ศ.ดร.สมพงษ์ ธรรมพงษา	กรรมการ
	อ.ดร.ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ

บทคัดย่อ

ให้ R เป็นริง เรียก M ที่เป็น R -มอดูลทางขวาว่าพรีนซิพอลทีอินเจคทีฟ (P -อินเจคทีฟ) ถ้าทุกๆ โฮโมมอร์ฟิซึมจากพรีนซิพอลไอเดิลทางขวาของ R ไปยัง M สามารถขยายไปบน R และเรียกริง R ว่า P - V -ริง ทางขวา ถ้าทุกๆ ซิมเบิล R -มอดูลทางขวา เป็น P -อินเจคทีฟ

ผลงานที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้คือ

- (1) ข้อความข้างล่างนี้สมมูลกันสำหรับ M ที่เป็น R -มอดูลทางขวา
 - (ก) M เป็น P -อินเจคทีฟ
 - (ข) สำหรับแต่ละสมาชิก $a \in R$ แต่ละสมาชิก $f \in \text{Hom}(aR, M)$ ได้ว่า $f(a) \in Ma$
 - (ค) สำหรับแต่ละสมาชิก $a \in R$ ได้ว่า $L_M(r_R(a)) = Ma$
 - (ง) สำหรับแต่ละสมาชิก $a \in R$ แต่ละสมาชิก $m \in M$ ถ้า $r_R(a) \subset r_R(m)$ แล้ว $Sm \subset Ma$ เมื่อ $S = \text{End}(R)$
 - (จ) สำหรับแต่ละสมาชิก $a, b \in R$ ได้ว่า $L_M[bR \cap r_R(a)] = L_M(b) + Ma$
- (2) ถ้ามี R -มอดูลทางขวา M ซึ่งเป็น P -อินเจคทีฟที่ก่อกำเนิดแบบจำกัดและเฟรฟูล แล้ว $J(R) \subset Z(R_e)$
- (3) ให้ R เป็นริงสลับที่และ M เป็นไซคลิก R -มอดูลทางขวา แล้ว M เป็นอินเจคทีฟมอดูล ก็ต่อเมื่อ M เป็น P -อินเจคทีฟและวิคทีอินเจคทีฟมอดูล และ

(4) ข้อความข้างล่างนี้สมมูลกัน

(ก) R เป็น P - V -ริง ทางขวา

(ข) สำหรับแต่ละแมกซิมัลไอดีลทางขวา M ของ R แต่ละสมาชิก $a \in R$ แต่ละสมาชิก

$$f \in \text{Hom}(aR, R/M) \text{ ได้ว่า } f(a) \in (R/M)a$$

(ค) สำหรับแต่ละแมกซิมัลไอดีลทางขวา M ของ R แต่ละสมาชิก $a \in R$ ได้ว่า

$$l_{R/M}(r_R(a)) = (R/M)a$$

(ง) สำหรับแต่ละแมกซิมัลไอดีลทางขวา M ของ R แต่ละสมาชิก $a, b \in R$ ถ้า

$$r_R(a) \subset r_R(b+M) \text{ แล้ว } S(b+M) \subset (R/M)a \text{ เมื่อ } S = \text{End}(R/M)$$

(จ) สำหรับแต่ละแมกซิมัลไอดีลทางขวา M ของ R แต่ละสมาชิก $a, b \in R$ ได้ว่า

$$l_{R/M}[bR \cap r_R(a)] = l_{R/M}(b) + (R/M)a$$

Thesis Title	Principally Injective Modules Over a Commutative Ring	
Author	Miss. Kuntima Khomrod	
M.S.	Mathematics	
Examining Committee :	Associate Prof. Jintana Sanwong	Chairman
	Prof. Dr. Sompong Dhompongsa	Member
	Lecturer Dr. Piyapong Niamsup	Member

Abstract

Let R be a ring. A right R -module M is called principally injective (P -injective) if every R -homomorphism from a principal right ideal of R to M can be extended to R . A ring R is called a right P - V -ring if every simple right R -module is P -injective.

The main results of this thesis are :

(1) The following statements are equivalent for a right R -module M :

(a) M is P -injective.

(b) For each $a \in R$, each $f \in \text{Hom}(aR, M)$; $f(a) \in Ma$.

(c) For each $a \in R$; $l_M(r_R(a)) = Ma$.

(d) For each $a \in R$, each $m \in M$; $r_R(a) \subset r_R(m)$ implies that $Sm \subset Ma$
where $S = \text{End}(R)$.

(e) For each $a, b \in R$; $l_M[bR \cap r_R(a)] = l_M(b) + Ma$.

- (2) If there exists a right R -module M which is finitely generated faithful and P -injective, then $J(R) \subset Z(R_r)$.
- (3) Let R be a commutative ring and M be a cyclic right R -module. Then M is injective if and only if M is P -injective and weakly injective.
- (4) The following conditions are equivalent :
- R is a right P - V -ring.
 - For each maximal right ideal M of R , each $a \in R$, each $f \in \text{Hom}(aR, R/M)$; $f(a) \in (R/M)a$.
 - For each maximal right ideal M of R , each $a \in R$; $l_{R/M}(r_R(a)) = (R/M)a$.
 - For each maximal right ideal M of R , each $a, b \in R$; if $r_R(a) \subset r_R(b+M)$, then $S(b+M) \subset (R/M)a$ where $S = \text{End}(R/M)$.
 - For each maximal right ideal M of R , each $a, b \in R$; $l_{R/M}[bR \cap r_R(a)] = l_{R/M}(b) + (R/M)a$.