ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	ซีเรียลมอดูลและมัลติพลิเคชันมอดูล
ชื่อผู้เขียน	นางสาวสุริษา ศรีสุข
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต	สาขาวิชาคณิตศาสตร์
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	รศ. จินตนา แสนวงศ์ ประธานกรรมการ ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา กรรมการ อ.ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์ กรรมการ

บทคัดย่อ

ให้ R เป็นริงสลับที่ที่มีเอกลักษณ์ และ M เป็น R-มอดูลทางขวา เรียก M ว่า ยูนิซีเรียลมอดูล ถ้าสำหรับมอดูลย่อย K, L ใดๆ ของ M จะได้ว่า $K \subseteq L$ หรือ $L \subseteq K$ และเรียก M ว่า ซีเรียลมอดูล ถ้า M คือผลบวกตรงของยูนิซีเรียลมอดูล สำหรับริง R จะเรียกว่า ซีเรียลริง ถ้า R_R เป็นซีเรียลมอดูล และจะเรียก M เป็นมัลติพลิเคชันมอดูล ถ้าสำหรับทุกมอดูลย่อย N ของ M จะได้ว่า $N = MI$ สำหรับบางไอดีล I ของ R

ผลงานที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้ คือ

1. ให้ M เป็นมัลติพลิเคชัน R-มอดูล และ $\{M_\alpha / \alpha \in A\}$ เป็นคอลเลคชันของ R-มอดูล
   (1) ถ้า M เป็นซีเรียลมอดูล แล้วทุกมอดูลย่อยและแฟคเตอร์มอดูลของ M เป็นซีเรียลมอดูล
   (2) $M = \bigoplus_{\alpha \in A} M_\alpha$ เป็นซีเรียลมอดูล ก็ต่อเมื่อทุก M_α เป็นซีเรียลมอดูล
   (3) ถ้าลำดับชอร์ตเอกแซค $0 \to K \to M \to N \to 0$ เป็นลำดับที่สปริท จะได้ว่า M เป็นซีเรียลมอดูล ก็ต่อเมื่อ K และ N เป็นซีเรียลมอดูล
2. ให้ R เป็นซีเรียลริง จะได้ว่า
   (1) R-มอดูล M จะเป็นมัลติพลิเคชันมอดูล ก็ต่อเมื่อ M เป็นไซคลิคมอดูล
   (2) ทุกมัลติพลิเคชัน R-มอดูลเป็นซีเรียลมอดูล
   (3) ถ้า M เป็นมัลติพลิเคชัน R-มอดูลแล้ว M จะเป็นผลบวกตรงแบบจำกัดของไซคลิคยูนิซีเรียลมอดูล

3. ให้ M เป็นซีเรียลมัลติพลิเคชันมอดูลที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด และ $S = End(M)$ เป็นริงของเอนโดมอร์ฟิซึมของ M จะได้ว่า

(1) M เป็นไซคลิคมอดูล

(2) แต่ละ f ที่เป็นสมาชิกของจาคอบสันแรดิคัลของ S จะได้ว่า $f(M)$ เป็นมอดูลย่อยที่สมอลของ M

(3) $J(S) = \left\{ f \in S \,\middle|\, f(M) \text{ เป็นมอดูลย่อยที่สมอลของ } M \right\}$

(4) $J(S) = Hom(M, Rad(M))$

5. ให้ M เป็นมัลติพลิเคชัน R-มอดูลที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด และ $S = End(M)$ จะได้ว่าข้อความข้างล่างนี้สมมูลกัน

(1) M เป็นซีเรียล R-มอดูล

(2) $R/r_R(M)$ เป็นซีเรียลริง

(3) S เป็นซีเรียลริง

(4) M เป็นซีเรียล S-มอดูล

Thesis Title	Serial Modules and Multiplication Modules
Author	Miss Surisa Srisook
M.S.	Mathematics
Examining Committee	Assoc. Prof. Jintana Sanwong — Chairman
	Prof. Dr. Sompong Dhompongsa — Member
	Lecturer. Dr. Piyapong Niamsup — Member

ABSTRACT

Let R be a commutative ring with identity and M a right R-module. M is called uniserial if its submodules are linearly ordered by inclusion. We call an R-module M serial if it is a direct sum of uniserial modules. The ring R is called right serial if R_R is a serial module. An R-module M is said to be a multiplication module if each submodule N of M has the form MI for some ideal I of R.

The main results of this thesis are:

1. Let M be a multiplication R-module and $\{M_\alpha \,/\, \alpha \in A\}$ a non-empty collection of R-modules. Then

(1) If M is a serial module, then every submodule and factor module of M are again serial.

(2) An R-module $M = \bigoplus_{\alpha \in A} M_\alpha$ is a serial module if and only if each M_α is a serial module.

3) If a short exact sequence $0 \to K \to M \to N \to 0$ is split, then M is a serial module if and only if K and N are serial modules.

2. Let R be a serial ring. Then we have:

(1) An R-module M is multiplication if and only if M is cyclic.

(2) Every multiplication R-module is a serial module.

(3) If M is a multiplication R-module, then M is a finite direct sum of cyclic uniserial modules.

3. Let M be a finitely generated multiplication serial R-module and $S = End(M)$ its ring of endomorphisms. Then we have:

(1) M is cyclic.

(2) For each f in the Jacobson radical of S, $f(M)$ is a small submodule of M.

(3) $J(S) = \{f \in S \,/\, f(M)$ is a small submodule of $M\}$.

(4) $J(S) = Hom(M, Rad(M))$.

4. Let M be a finitely generated multiplication R-module and $S = End(M)$. Then the following statements are equivalent:

(1) M is serial as an R-module;

(2) $R/r_R(M)$ is a serial ring;

(3) S is a serial ring;

(4) M is serial as an S-module.