

ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	ความสัมพันธ์ระหว่างเซมิโมดูลมอดูลและ มัลติพลิเคชันมอดูล	
ชื่อผู้เขียน	นายปรารธนา ใจผ่อง	
วิทยาสตรมหาบัณเฑาะฏ	สาขาวิชาคณิตศาสตร์	
คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	รศ. จินตนา แสนวงศ์ ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา รศ.ดร. สมยศ พลับเที่ยง	ประธานกรรมการ กรรมการ กรรมการ

### บทคัดย่อ

ให้  $R$  เป็นริงสลับที่มีเอกลักษณ์  $M$  เป็น  $R$ -มอดูลทางขวาและ  $S$  เป็นแอนโดมอร์ฟิซึ่มริงของ  $M$  จะเรียกมอดูล  $M$  ว่าเซมิโมดูลมอดูล ถ้า  $M / \text{Rad}(M)$  เป็นเซมิซิมเปิลมอดูล และเรียกมอดูล  $M$  ว่ามัลติพลิเคชันมอดูล ถ้าสำหรับแต่ละมอดูลย่อย  $N$  ของ  $M$  มีไอดีล  $I$  ของ  $R$  ที่  $N = MI$  จะเรียกมอดูลย่อย  $N$  ของ  $M$  ว่ามีวิคซ์พลิเมนต์  $L$  ใน  $M$  ถ้า  $N + L = M$  และ  $N \cap L \ll M$  และเรียกมอดูล  $M$  ว่าวิคซ์พลิเมนต์มอดูล ถ้าทุก ๆ มอดูลย่อยมีวิคซ์พลิเมนต์ใน  $M$

ผลงานที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้คือ

1. สำหรับมัลติพลิเคชันมอดูล  $M$  จะได้ว่า  $M$  เป็นเซมิโมดูลมอดูล ก็ต่อเมื่อ  $M$  เป็นวิคซ์พลิเมนต์มอดูล
2. ให้  $(M_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$  เป็นหมู่ที่ไม่ใช่เซตว่างของมัลติพลิเคชันมอดูลจะได้ว่า  $\bigoplus_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$  เป็นวิคซ์พลิเมนต์มอดูล ก็ต่อเมื่อ  $M_\lambda$  เป็นวิคซ์พลิเมนต์มอดูล ทุก ๆ  $\lambda \in \Lambda$
3. ทุก ๆ มัลติพลิเคชันเซมิโมดูลมอดูลที่ก่อกำเนิดแบบจำกัดเป็นมอดูลวิจเจอร์

4. ให้  $M$  เป็นมัลติพลิเคชัน  $R$ -มอดูล ที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด จะได้ว่าข้อความต่อไปนี้สมมูลกัน
- (1)  $R/\text{ann}_R(M)$  เป็นเซมิโลคอลริง
  - (2)  $M$  เป็นเซมิโลคอล  $R$ -มอดูล
  - (3)  $S$  เป็นเซมิโลคอลริง
  - (4)  $M$  เป็นเซมิโลคอล  $S$ -มอดูล
5. ให้  $M$  เป็นมัลติพลิเคชันมอดูล จะได้ว่า  $M$  เป็นวิคซ์พลิเมนเตทมอดูลที่ก่อกำเนิดแบบจำกัด ก็ต่อเมื่อ  $S$  เป็นเซมิโลคอลริง
6. ให้  $M$  เป็นมัลติพลิเคชันมอดูล และ  $s \in S$  จะได้ว่า
- (1)  $\nabla \subseteq J(S)$
  - (2)  $\text{Hom}(M, \text{Rad}(M)) \subseteq J(S)$
  - (3) ถ้า  $s \in \nabla$  แล้ว  $sS \ll S$
  - (4)  $J(S) = \diamond$
  - (5)  $sS = S$  ก็ต่อเมื่อ  $s(M) = M$
  - (6)  $J(S) = \{s \in S / s(M) \neq M\}$  ก็ต่อเมื่อ  $S$  เป็นโลคอลริง
  - (7) ถ้า  $S/\nabla$  เป็นฟอน นอยมันน์เรกูลาร์ริง แล้ว  $J(S) = \nabla$
  - (8) ถ้า  $M$  เป็นฮอลโลว์มอดูล แล้ว  $S$  เป็นโลคอลริง และ  $J(S) = \nabla$
7. ถ้า  $M$  เป็นมัลติพลิเคชันเชลฟีโพเรจกทีฟเซมิโลคอลมอดูล แล้ว ทุก ๆ ปรีนซิเปิลไอดีลใน  $S$  มีวิคซ์พลิเมนต์ใน  $S$

<b>Thesis Title</b>	Relations Between Semilocal Modules and Multiplication Modules	
<b>Author</b>	Mr. Pradthana Jaipong	
<b>M.S.</b>	Mathematics	
<b>Examining Committee</b>	Assoc. Prof. Jintana Sanwong	Chairman
	Prof. Dr. Sompong Dhompongsa	Member
	Assoc. Prof. Dr. Somyot Plubtieng	Member

## ABSTRACT

Let  $R$  be a commutative ring with identity,  $M$  a right  $R$ -module and  $S$  the ring of endomorphisms of  $M$ .  $M$  is called *semilocal* if  $M/\text{Rad}(M)$  is semisimple, and  $M$  is called *multiplication* if for every submodule  $N$  of  $M$  there exists an ideal  $I$  of  $R$  such that  $N = MI$ . A submodule  $N$  of  $M$  has a *weak supplement*  $L$  in  $M$  if  $N + L = M$  and  $N \cap L \ll M$ , and  $M$  is called *weakly supplemented* if every submodule has a weak supplement in  $M$ .

The main results of this thesis are :

1. For a multiplication module  $M$ ,  $M$  is semilocal if and only if  $M$  is weakly supplemented.
2. Let  $(M_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$  be a non-empty collection of multiplication modules. Then  $\bigoplus_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$  is weakly supplemented if and only if  $M_\lambda$  is weakly supplemented for each  $\lambda \in \Lambda$ .
3. Every finitely generated multiplication semilocal module is cyclic.

4. Let  $M$  be a finitely generated multiplication  $R$ -module . Then the following statements are equivalent :

- (1)  $R/\text{ann}_R(M)$  is a semilocal ring ;
- (2)  $M$  is semilocal as an  $R$ -module ;
- (3)  $S$  is a semilocal ring ;
- (4)  $M$  is semilocal as an  $S$ -module .

5. Let  $M$  be a multiplication module. Then  $M$  is finitely generated and weakly supplemented if and only if  $S$  is semilocal.

6. Let  $M$  be a multiplication module and  $s \in S$ . Then

- (1)  $\nabla \subseteq J(S)$  ;
- (2)  $\text{Hom}(M, \text{Rad}(M)) \subseteq J(S)$  ;
- (3) if  $s \in \nabla$  then  $sS \ll S$  ;
- (4)  $J(S) = \diamond$  ;
- (5)  $sS = S$  if and only if  $s(M) = M$  ;
- (6)  $J(S) = \{s \in S \mid s(M) \neq M\}$  if and only if  $S$  is local ;
- (7) if  $S/\nabla$  is von Neumann regular, then  $J(S) = \nabla$  ;
- (8) if  $M$  is hollow, then  $S$  is local and hence  $J(S) = \nabla$  .

7. If  $M$  is a multiplication self-projective semilocal module, then every principal ideal in  $S$  has a weak supplement in  $S$ .