ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์

สมบัติทางเรขาคณิตบางประการในปริภูมิลำดับมูสิลัก-ออร์ลิคซ์ ภายใต้นอร์มลักเซมเบิร์ก

ชื่อผู้เขียน

นายสาธิต แช่จึง

วิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ศ.ดร. สมพงษ์ ธรรมพงษา	ประธานกรรมการ
Professor Dr. Nguyen To Nhu	กรรมการ
Professor Dr. Nguyen T. Hung	กรรมการ
รศ.ดร. สุเทพ สวนใต้	กรรมการ
อ. ดร. บิยะพงศ์ เนียมทรัพย์	กรรมการ

บทคัดยอ

การศึกษาปริภูมิบานาคในแนวทางเรขาคณิตมีความเกี่ยวข้องกับบอลหนึ่งหน่วยของปริภูมิ ปริภูมิบานาคมีสมบัติทางโทโพโลยีหลายอย่างที่เป็นประโยชน์ต่อวิชาคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ เช่น ทฤษฎีความน่าจะเป็น ทฤษฎีเชิงพังก์ชัน การวิเคราะห์เชิงฮาร์มอนิค ทฤษฎีจุดตรึง และทฤษฎีตัวดำเนินการ เป็นต้น สมบัติบางอย่างถูกรักษาภายใต้สมสัณฐาน (isomorphism) ในขณะที่สมบัติบางอย่างถูกรักษาภายใต้สมมิติ (isometry) เท่านั้น ในวิทยานิพนธ์นี้เรามุ่งเน้นสมบัติประเภทหลัง

ปริภูมิออร์ลิคซ์มีสมบัติทางโทโพโลยีและทางเรขาคณิตมากมาย ซึ่งสมบัติบางประการนั้น ไม่ปรากฏในปริภูมิ L^p อย่างไรก็ตามเราพบว่าปริภูมิออร์ลิคซ์ดูเหมือนว่าไม่เพียงพอในการ ใช้เป็นเครื่องมือในการแยกแยะสมบัติทางเรขาคณิตต่าง ๆ ของปริภูมิบานาค การพิจารณา ปริภูมิมูสิลัก-ออร์ลิคซ์จึงให้ตัวอย่างที่น่าสนใจในการแยกแยะดังกล่าว ปริภูมิมูสิลัก-ออร์ลิคซ์ ยังเป็นการวางนัยทั่วไปแบบธรรมชาติของปริภูมิลำดับนาคาโนและปริภูมิออร์ลิคซ์ สมบัติทาง เรขาคณิตต่าง ๆ ของทั้งปริภูมิออร์ลิคซ์และปริภูมิลำดับนาคาโนได้มีการศึกษาอย่างกวางขวาง ภายใต้เงื่อนไขเพิ่มเดิมบางประการ

งานวิทยานิพนธ์นี้จัดอยู่ในแขนงวิชาการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชันโดยเฉพาะอย่างยิ่งอยู่ในขอบ เขตของสมบัติจุดตรึงในปริภูมิบานาค ผลงานหลักคือ การนำเสนอลักษณะเฉพาะใหม่ๆ ของสมบัติทางเรขาคณิตต่าง ๆ ของปริภูมิลำดับมูสิลัก-ออร์ลิคซ์ภายใต้นอร์มลักเชมเบิร์ก เราศึกษาสมบัติของแต่ละจุดในทรงกลมและของทั้งทรงกลม กล่าวโดยเจาะจงคือ การหา ลักษณะเฉพาะของการที่จุดในทรงกลมจะเป็นจุดสุดขีด-k จุด H จุด PC จุด denting จุด U แบบเข้ม จุด LUR จุด WLUR จุด CLUR และจุด WCLUR สำหรับการศึกษาเรขาคณิต แบบ "วงกวาง" เราหาลักษณะเฉพาะของสมบัติการเป็นยูนิฟอร์มคอนเวกซ์ในทุกทิศทาง สมบัติ จุดตรึงอย่างอ่อน และสมบัติยูนิฟอร์มแลมป์ดา เรายังได้ศึกษาสัมประสิทธิ์ทางเรขาคณิต คือ สัมประสิทธิ์โมโนโทนของปริภูมิลำดับมูสิลัก-ออร์ลิคซ์อีกด้วย ผลที่ตามมาทำให้เราได้ลักษณะ เฉพาะของสมบัติต่าง ๆ ในปริภูมิลำดับออร์ลิคซ์และปริภูมิลำดับนาคาโนภายใต้เงื่อนไขที่เป็น นัยทั่วไปมากขึ้น ในตอนท้ายเราได้แนะนำสัมประสิทธิ์ทางเรขาคณิตที่สัมพันธ์กับคาคงที่ของ จอร์แดน-ฟอน นอยมันน์ซึ่งได้นำมาถึงการปรับปรุงผลลัพธ์อันเป็นที่รู้จักแล้วและยังให้ผลลัพธ์ ใหม่เกี่ยวกับโครงสรางปกติแบบยูนิฟอร์มสำหรับปริภูมิบานาค

Thesis Title

Some Geometric Properties in Musielak-Orlicz Sequence

Spaces Equipped with the Luxemburg Norm

Author

Satit Saejung

Ph.D.

Mathematics

Examining Committee

Prof. Dr. Sompong Dhompongsa
Prof. Dr. Nguyen To Nhu
Prof. Dr. Nguyen T. Hung
Assoc. Prof. Dr. Suthep Suantai
Lecturer Dr. Piyapong Niamsup

Chairman
Member
Member
Member

ABSTRACT

The geometrical approach to the study of Banach spaces is connected with the unit ball of the spaces. Banach spaces have many topological properties that are useful in many areas of mathematics, such as probability theory, function theory, harmonic analysis, fixed point theory, and operator theory. Some properties are preserved by isomorphisms, while others are preserved only by isometries. In this thesis, we concentrate on the latter.

Orlicz spaces have very rich topological and geometric structures, and may possess unique properties that do not occur in ordinary L^p spaces. However, we may observe that the scale of Orlicz spaces seem to provide an inadequate model for the discrimination of the subtleties relating to the geometric properties of Banach spaces. An examination of Musielak-Orlicz spaces provided a more interesting range of examples for comparison. Musielak-Orlicz spaces are natural generalizations of Nakano sequence spaces and Orlicz spaces. Indeed, many aspects of the geometric properties of Nakano sequence spaces and Orlicz spaces have been well-described by numerous researchers with some additional assumptions.

This research work is in the field of functional analysis, especially in the area related to the fixed point property in Banach spaces. Our main contributions consist of new characterizations of several geometric properties in Musielak-Orlicz sequence spaces equipped with the Luxemburg norm. Properties of each point in the unit sphere and of the whole unit sphere are studied. More precisely, we shall investigate those points that appear to be k-extreme points, H-points, PC-points, denting points, strong U-points, LUR-points, WLUR-points, CLUR-points and WCLUR-points. For

the "global" geometry (of the unit sphere), we characterize the property of uniform convexity in every direction, weak fixed point property and uniform λ -property. We also study some geometric coefficients, namely the monotone coefficient of Musielak-Orlicz sequence spaces. Consequently, many known characterizations of properties of Orlicz sequence spaces and Nakano sequence spaces are obtained under a more general setting. Finally, we introduce a new geometric coefficient related to the Jordan-von Neumann constant. This leads to improved versions of known results and yields a new one on uniform normal structure for Banach spaces.