ชื่อเรื่องวิทยานิพนธ์	เสถียรภาพเลขชี้กำลังของระบบสลับไม่แน่นอนที่มีตัวหน่วงแปรผันตามเวลา
ผู้เขียน	นาย เอกพงษ์ ดวงดาย
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. ปิยะพงศ์ เนียมทรัพย์

บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราได้ศึกษาเงื่อนไขการมีเสถียรภาพของระบบสลับไม่แน่นอนที่มีตัวหน่วงแปรผันตามเวลาในรูป

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_\sigma + \Delta A_\sigma(t)]x(t) + [B_\sigma + \Delta B_\sigma(t)]x(t-h(t)) \\ \qquad +f_\sigma(t, x(t), x(t-h(t))),\ t > 0, \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h_M, 0], \end{cases} \tag{1}$$

โดยที่ $x(t) \in \mathbb{R}^n$ เป็นเวกเตอร์สถานะ $\sigma(\cdot) : \mathbb{R}^n \to S = \{1, 2, ..., N\}$ เป็นฟังก์ชันการสลับ ให้ $i \in S = S_u \cup S_s$ ซึ่ง $S_u = \{1, 2, ..., r\}$ และ $S_s = \{r+1, r+2, ..., N\}$ เป็นเซตของระบบที่ไม่เสถียรและเสถียรตามลำดับ N แทนจำนวนของระบบย่อยทั้งหมด $A_i, B_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ เป็นเมทริกซ์คงตัว $\Delta A_i(t), \Delta B_i(t)$ เป็นเมทริกซ์ไม่ทราบค่าแน่นอนซึ่งสอดคล้องกับ

$$\Delta A_i(t) = E_{1i}F_{1i}(t)H_{1i},\ \Delta B_i(t) = E_{2i}F_{2i}(t)H_{2i}, \tag{2}$$

โดยที่ $E_{ji}, H_{ji}, j = 1, 2, i = 1, 2, ..., N$ เป็นเมทริกซ์คงตัวที่มีมิติเหมาะสม $F_{ji}(t)$ เป็นเมทริกซ์จริงไม่ทราบค่าซึ่งสอดคล้องกับ

$$F_{ji}^T(t)F_{ji}(t) \le I,\ j = 1, 2,\ i = 1, 2, ..., N,\ \forall t \ge 0. \tag{3}$$

โดยที่ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีมิติเหมาะสม
ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น $f_i(t, x(t), x(t-h(t))),\ i = 1, 2, ..., N$ สอดคล้องกับ

$$\| f_i(t, x(t), x(t-h(t))) \| \le \gamma_i \| x(t) \| + \delta_i \| x(t-h(t)) \| . \tag{4}$$

ฟังก์ชันตัวหน่วงที่แปรผันตามเวลา $h(t)$ สอดคล้องกับ

(i) เมื่อ $\Delta A_i(t) = 0$ และ $\Delta B_i(t) = 0$ และ $f_i(t, x(t), x(t-h(t))) = 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M, \; \dot{h}(t) \leq \mu, \; t \geq 0, \tag{5}$$

(ii) เมื่อ $\Delta A_i(t) \neq 0$ หรือ $\Delta B_i(t) \neq 0$ หรือ $f_i(t, x(t), x(t-h(t))) \neq 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M, \; \dot{h}(t) \leq \mu < 1, \; t \geq 0, \tag{6}$$

โดยที่ h_m, h_M และ μ เป็นค่าคงตัวที่กำหนด

โดยมีจุดประสงค์ในการหาเงื่อนไขเพียงพอใหม่สำหรับการมีเสถียรภาพของผลเฉลยศูนย์สำหรับระบบสมการ (1) ซึ่งประกอบด้วยระบบย่อยที่ไม่เสถียรและเสถียร โดยใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟ สูตรนิวตันไลบ์นิทซ์ และ เทคนิคอสมการเมทริกซ์เชิงเส้น พร้อมทั้งยกตัวอย่างการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อยืนยันผลของทฤษฎีบทที่ได้รับ

Thesis Title Exponential Stability of Uncertain Switched System with Time-Varying Delay

Author Mr. Eakkapong Duangdai

Degree Master of Science (Applied Mathematics)

Thesis Advisor Assoc. Prof. Dr. Piyapong Niamsup

ABSTRACT

In this thesis, we study the stability of uncertain switched system with time-varying delay. The switched system under the consideration is described by

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_\sigma + \Delta A_\sigma(t)]x(t) + [B_\sigma + \Delta B_\sigma(t)]x(t-h(t)) \\ \qquad +f_\sigma(t, x(t), x(t-h(t))),\ t > 0, \\ x(t) = \phi(t),\ t \in [-h_M, 0], \end{cases} \tag{1}$$

where $x(t) \in \mathbb{R}^n$ is the state vector. $\sigma(\cdot) : \mathbb{R}^n \to S = \{1, 2, ..., N\}$ is the switching function. Let $i \in S = S_u \cup S_s$ such that $S_u = \{1, 2, ..., r\}$ and $S_s = \{r+1, r+2, ..., N\}$ be the set of the unstable and stable modes, respectively. N denotes the number of subsystems. $A_i, B_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ are given constant matrices. $\Delta A_i(t), \Delta B_i(t)$ are uncertain matrices satisfying the following conditions:

$$\Delta A_i(t) = E_{1i}F_{1i}(t)H_{1i},\ \Delta B_i(t) = E_{2i}F_{2i}(t)H_{2i}, \tag{2}$$

where $E_{ji}, H_{ji}, j = 1, 2, i = 1, 2, ..., N$ are given constant matrices with appropriate dimensions. $F_{ji}(t)$ are unknown, real matrices satisfying:

$$F_{ji}^T(t)F_{ji}(t) \leq I,\ j = 1, 2,\ i = 1, 2, ..., N,\ \forall t \geq 0, \tag{3}$$

where I is the identity matrix of appropriate dimension.

The nonlinear perturbation $f_i(t, x(t), x(t-h(t))),\ i = 1, 2, ..., N$ satisfies the following condition:

$$\| f_i(t, x(t), x(t-h(t))) \| \leq \gamma_i \| x(t) \| + \delta_i \| x(t-h(t)) \| . \tag{4}$$

The time-varying delay function $h(t)$ is assumed to satisfy one of the following conditions:

(i) when $\Delta A_i(t) = 0$ and $\Delta B_i(t) = 0$ and $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) = 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M, \ \dot{h}(t) \leq \mu, \ t \geq 0, \tag{5}$$

(ii) when $\Delta A_i(t) \neq 0$ or $\Delta B_i(t) \neq 0$ or $f_i(t, x(t), x(t - h(t))) \neq 0$

$$0 \leq h_m \leq h(t) \leq h_M, \ \dot{h}(t) \leq \mu < 1, \ t \geq 0, \tag{6}$$

where h_m, h_M and μ are given constants.

The main objective of this thesis is to find some new sufficient conditions to determine stability of the zero solution for the system (1) by using Lyapunov function, Newton-Leibniz formula and linear matrix inequality technique. Some numerical examples are given to show the effectiveness of our theoretical results.