บทที่ 2
แนวคิดทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสินเชื่อภายในประเทศกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของกลุ่มประเทศอาเซียน ซึ่งประกอบด้วย 2 ภาคทฤษฎีคือ ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และทฤษฎีการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ

2.1 ทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ (Economic Growth Theory)

ในการวิจัยครั้งนี้จะอธิบายทฤษฎีการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจตามแนวคิดของ Solow (The Solow growth model) Ramsay (The Ramsey growth model) และการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

2.2.1 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow (The Solow Growth Model)

แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow เป็นแบบจำลองการเติบโตทางเศรษฐกิจในระยะยาวซึ่งสมมติฐานมีเพียงสินค้าชนิดเดียวและไม่มีการค้าจากต่างประเทศ มีปัจจัยการผลิต 2 อย่างคือ ทุน $K(t)$ และ แรงงาน $L(t)$ ปัจจัยการผลิตสามารถทดแทนกันได้ โดยมีสมการการผลิตที่มีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ Constant returns to scale)ผลตอบแทนต่อการใช้ปัจจัยการผลิตที่มีลักษณะลดน้อยถอยลง (Diminishing returns to each input) และถูกกำหนดจากการออมภายนอกใน แบบจำลอง Solow แสดงให้เห็นว่า การเจริญเติบโตของทุน (Capital) แรงงาน (Labor) และเทคโนโลยีส่งผลต่อผลผลิตอย่างไร

$$Y(t) = F(K(t), L(t)) \tag{2.1}$$

ในแบบจำลองนี้สมมติให้ระบบเศรษฐกิจปิด และไม่มีการใช้จ่ายภาครัฐบาลการบริโภค $C(t)$ และการลงทุน $I(t)$ คงที่ เพราะฉะนั้นการออม $S(t)$ จึงเท่ากับการลงทุน $I(t)$

$$Y(t) = C(t) + I(t) = C(t) + S(t) \tag{2.2}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ ผลผลิตทั้งหมดที่ผลิตได้ ณ เวลา (t)

$C(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา (t)

$I(t)$ คือ การลงทุนของครัวเรือน ณ เวลา (t)

$S(t)$ คือ การออมของครัวเรือน ณ เวลา (t)

กำหนดให้ $s(\bullet)$ เป็นส่วนหนึ่งของการผลิตที่ถูกเก็บไว้ไม่นำมาบริโภคดังนั้น $1-s(\bullet)$ จึงเป็นส่วนหนึ่งของการผลิตที่ถูกนำไปบริโภค ซึ่ง $s(\bullet)$ กำหนดให้ออมจากภายนอกและ $0 \le s(\bullet) = s \ge 1$

$$S(t) = sY(t) \tag{2.3}$$

ในระบบเศรษฐกิจปิด กำหนดให้ส่วนส่วนรั่วไหลคือการออม และส่วนที่อัดฉีดคือการลงทุน ดังนั้น ณ ดุลยภาพ การออมเท่ากับการลงทุน

$$I(t) = sY(t) \tag{2.4}$$

ทุนมีการเสื่อมสภาพที่อัตราคงที่ คือ $0 < \delta < 1$ คือ สินค้าทุนจะมีการเสื่อมสภาพ ไม่สามารถใช้ไปตลอดได้ ดังนั้นการเพิ่มขึ้นสุทธิของสินค้าทุนจะเท่ากับการลงทุนลบด้วยอัตราเสื่อมสภาพ

$$\dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t) = sF(K(t), L(t)) - \delta K(t) \tag{2.5}$$

โดยที่ $\dot{K}(t) = \dfrac{dK(t)}{dt}$ คือ การเพิ่มขึ้นสุทธิของทุน ณ เวลา t

$K(t)$ คือ สินค้าทุน ณ เวลา t

δ คือ อัตราการเสื่อมสภาพสินค้าทุน

สมมุติว่าให้จำนวนประชากรมีการเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ $\dfrac{\dot{L}(t)}{L(t)} = n; n \ge 0$ สามารถเขียนได้

$$L(t) = e^{nt} \tag{2.6}$$

สมการการผลิตของ Solow คือ

$$Y(t) = F(K(t)L(t)) \tag{2.7}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ จำนวนสินค้าและปริมาณที่ผลิตได้ทั้งหมด

$K(t)$ คือ ทุน (Capital)

$L(t)$ คือ แรงงาน (Labor)

สมการการผลิตของ Solow ถูกกำหนดสมการการผลิตภายใต้สมมติฐานตามนิโอคลาสสิกที่สำคัญ 4 สมมิฐานคือ

1. การลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม (Positive and diminishing marginal products)

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} > 0, \qquad \frac{\partial^2 Y(t)}{\partial K^2(t)} < 0$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} > 0, \qquad \frac{\partial^2 Y(t)}{\partial L^2(t)} < 0$$

2. ผลได้รับต่อขนาดคงที่ (Constant return to scale)

$$\lambda Y(t) = F(\lambda K(t), \lambda L(t)), \forall \lambda > 0$$

3. Inada conditions คือ ผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยทุนหรือแรงงานจะเข้าใกล้ระยะอนันต์ (Infinity) ถ้าทุนหรือแรงงานเข้าใกล้ศูนย์ และผลผลิตส่วนเพิ่มของปัจจัยทุนหรือแรงงานศูนย์ ถ้าทุนหรือแรงงานเข้าใกล้อนันต์ (Infinity)

$$\lim_{K\to\infty}(F_K) = \lim_{L\to\infty}(F_L) = \infty$$

$$\lim_{K\to\infty}(F_K) = \lim_{L\to\infty}(F_L) = 0$$

4. แรงงาน (L) หรือทุน (K) เป็นปัจจัยที่มีความจำเป็นในกระบวนการผลิต

$$Y(t) = F\left[0, L(t)\right] = F\left[K(t), 0\right] = f(0) = 0$$

จากคุณสมบัติผลได้ต่อขนาดคงที่ นำ $1/L(t)$ คูณฟังค์ชันการผลิตทั้งสองข้างจะได้

$$\frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{F(K(t), L(t))}{L(t)} = L(t)\left[\frac{K(t)}{L(t)}, 1\right] = L(t)\, f(k)$$

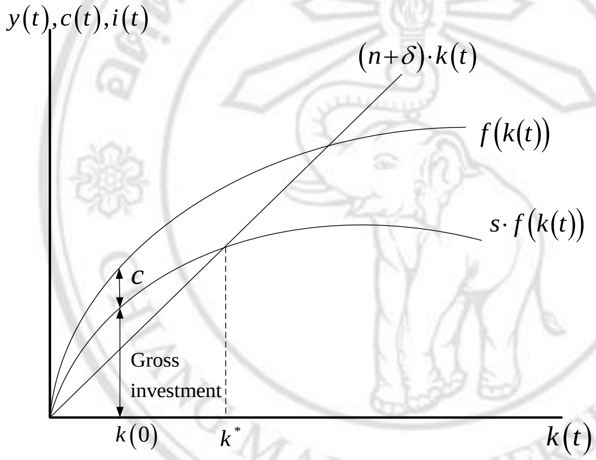
โดยที่ $K(t) = K(t) / L(t)$ คือ ทุนต่อประชากร

$y(t) = Y(t) / L(t)$ คือ ผลผลิตต่อประชากร

จากสมการการผลิตส่วนเพิ่มหน่วยสุดท้ายของทุน และแรงงาน สามารถหาได้โดยการหารอนุพันธ์จากสมการ $Y(t) = L(t) f(k(t)$ เทียบกับปัจจัยทุนและแรงงานจะได้ผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนและแรงงาน

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = f'(k(t) \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = f(k(t)) - k(t) f'(k(t)) \tag{2.9}$$



ภาพที่ 2.1 แสดงกากำหนดทุนต่อจำนวนประชากรในภาวะหยุดนิ่ง (Steady-State) ของ Solow

ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

จากภาพที่ 2.1 การบริโภคของบุคคลเท่ากับระยะห่างระหว่างเส้นฟังก์ชั่นการผลิต และ $f(k(t)$ เส้นสัดส่วนการลงทุนต่อฟังก์ชั่นการผลิต $s(t)\cdot f(k(t))$ ค่าเสื่อมที่แท้จริงคือ $(n+\delta)k(t)$ ดังนั้น ณ ระดับ (Steady-State) ของทุนคือจุดที่เส้น $s(t)\cdot f(k(t))$ ตัดกับเส้น $(n+\delta)k(t)$ (Barro and Sala-i-Martin, 2004)

แบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow กำหนดให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยการผลิต ซึ่งได้รับผลตอบแทนจากสินทรัพย์ $r(t)$ และอัตราค่าจ้าง $w(t)$ ดังนั้นรายได้รวมของครัวเรือนคือ $r(t).(assets)/dt = [r(t).(assets) + w(t)L(t)] - C(t)$ และครัวเรือนมีการสะสมสินทรัพย์

$$\dot{a}(t) = (r(t)a(t) + w(t)) - c(t) - na(t) \tag{2.10}$$

ให้ $R(t)$ คือค่าเช่า และทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ ดังนั้นอัตราสุทธิผลตอบแทนของทุนคือ $R(t) = r(t) + \delta$ หรือ $r(t) = R(t) - \delta$ กำไรสูงสุดในการดำเนินธุรกิจ

$$\pi = F(K(t), L(t) - (r(t) + \delta).K(t) - w(t)L(t) \quad (2.11)$$

กำไรต่อจำนวนประชากร

$$\pi = L(t)\left[F(k(t)) - (r(t) + \delta)k(t) - w(t)\right] \qquad (2.12)$$

ในตลาดแข่งขันสมบูรณ์กำไรจะเท่าศูนย์ ดังนั้นหน่วยธุรกิจจะเลือกสัดส่วนของทุนต่อแรงงานที่มีผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนเท่ากับค่าเช่าและผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงานเท่ากับค่าจ้าง

$$f' = (k(t)) = r(t) + \delta \qquad (2.13)$$

$$\left[f(k(t)) - k(t)f'(k(t))\right] = w(t) \qquad (2.14)$$

กำหนดให้เป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิดและไม่มีการกู้ยืม ดังนั้นดุลยภาพตามแบบจำลองการเจริญเติบโตของ Solow สินทรัพย์เท่ากับทุน $(a(t) = K(t))$ แทนค่าสมการ (2.13) และ (2.14) ในสมการ (2.10)

$$\dot{k}(t) = sf(k(t) - c(t) - (n + \delta).k(t)$$

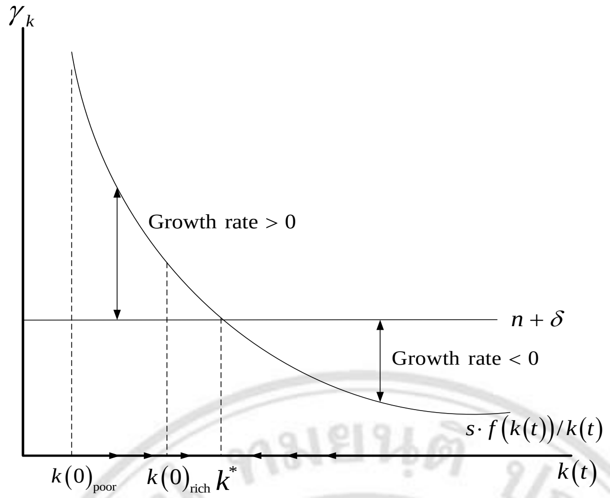
ครัวเรือนบริโภคสัดส่วนของรายได้เท่ากับ $c(t) = (1 - s(t))\square f(k(t))$ และได้สมการการเปลี่ยนแปลงของทุนดังนี้

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n + \delta).k(t) \qquad (2.15)$$

ที่ Steady state ของแบบจำลองนี้มีค่าคงที่ $\dot{k}(t) = 0$ ในสมการ(2.15), $y(t)$ และ $c(t)$ มีค่าคงที่เท่ากับ $y^* = f(k^*)$ และ $c^* = (1-s)f(k)$ หรือจุดตัดของเส้น $s.f(k(t))$ และ เส้น $(n+\delta)k(t)$ ในรูปที่ 5 ซึ่ง $k(t) = k^*$ แทนค่า $sf'(k^*) = (n+\delta)k^*$

แบบจำลองการเจริญเติบโตในระยะยาวของ Solow ที่ Steady state จะไม่ขึ้นอยู่กับอัตราการออมหรือระดับของเทคโนโลยี พิจารณาได้โดยหารสมการ (2.15) ด้วย $k(t)$ จะได้อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ หรือ γ_k

$$\gamma_k \equiv \dot{k}(t)/k(t) \equiv s.f((k(t))/k(t) - (n+\delta) \qquad (2.16)$$



ภาพที่ 2.2 แบบจำลองSolowแสดงการปรับตัวเชิงพลวัตของอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อหัว

ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

จากภาพที่ 2.2 จุดตัดระหว่างเส้นออม $s.f((k(t))/k(t)$ และเส้นเสื่อม $(n+\delta)$ คือ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ ถ้า $k(t)<k^*$ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ จะมีค่าเป็นบวกและเพิ่มขึ้นเข้าสู่ k^* ในทางกลับกัน ถ้า $k(t)>k^*$ อัตราการเจริญเติบโตของ $k(t)$ จะมีค่าเป็นลบและลดลงเข้าสู่ k^* ดั่งนั้น Steady state ของทุนต่อหัว k^* จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

ดังนั้นสามารถสรุปเป็นประเด็นสำคัญดังนี้ (พรรณี ญาณตื้อ, พ.ศ. 2551)

1. การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของแต่ละประเทศขึ้นอยู่กับการออมและการลงทุนในปัจจัยทุนเป็นสำคัญ ถ้าประเทศใดมีการนำรายได้ของตนเองมามากขึ้นแล้วนำเงินออมดังกล่าวมาใช้เพื่อลงทุนในโครงสร้างพื้นฐานทางเศรษฐกิจ อัตราการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจก็จะสูงกว่าประเทศที่มีการออมและการลงทุนต่ำ ดังนั้นถ้าต้องการจะเพิ่มอัตราการขยายตัวทางเศรษฐกิจและปรับปรุงมาตรฐานความเป็นอยู่ของประชาชนให้ดีขึ้นสามารถทำได้โดยการเพิ่มอัตราการออมและการลงทุน
2. แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Solow แสดงถึงความสามารถของประเทศยากจนที่จะสามารถตามทันประเทศที่ร่ำรวยได้ (Convergence of per capital income hypothesis) ซึ่งเป็นผลมาจากการลดน้อยถอยลงของผลผลิตส่วนเพิ่ม (Diminishing return) กล่าวคือถึงแม้ประเทศที่มีการออมและการลงทุนสูง แต่อย่างใดก็ตามเมื่อมีการลงทุนเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ การเติบโต

ทางเศรษฐกิจจะเริ่มถึงจุดจำกัด เนื่องจากทุกๆประเทศมีทรัพยากรอยู่อย่างจำกัด ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของทุนจะถึงจุดขีดสุด ทำให้ผลผลิตเพิ่มขึ้นได้น้อยและการเจริญเติบโตชะลอตัวในที่สุด ดังนั้นประเทศที่พัฒนามาที่หลังและมีการออมและการลงทุนสูงก็จะตามทันและมีรายได้ประชาชาติเท่าเทียมกับประเทศที่พัฒนาแล้วในที่สุด

2.1.2 แบบจำลองการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของ Ramsey (The Ramsey Growth Model)

แนวคิดการเจริญเติบโตของ Ramsey แสดงในแบบจำลองคืออัตราดอกเบี้ยมีผลต่อการออม การบริโภคและการสะสมทุนอย่างไร และการใช้จ่ายของรัฐบาลมีผลต่อการออม การบริโภคและการสะสมทุนอย่างไร ซึ่งอัตราการออมถูกกำหนดจากภายใน และอัตราการออมจะไม่คงที่ กำหนดให้ประชากรมีชีวิตเป็นอัมตะ ตลาดเป็นตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ในการผลิต และตัวแทนมีคุณสมบัติเหมือนกันทุกประการ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดสรรทรัพยากรของเศรษฐกิจแบบกระจายอำนาจ จะเหมือนกับ การวางแผนจากส่วนกลางที่ต้องการประโยชน์สูงสุดของตัวแทนเศรษฐกิจในแบบจำลอง

ซึ่งกำหนดให้ประชากร N_t มีอัตราเติบโต n ตลอดเวลา และจำนวนแรงงานเท่าจำนวนประชากร อุปทานแรงงานไม่มีความยืดหยุ่น ปัจจัยที่ใช้เข้าในการผลิตคือทุนและแรงงาน ผลิตภาพไม่มีการเจริญเติบโต โดยที่ผลผลิตได้นั้นจะนำไปบริโภคหรือลงทุนนั้นก็คือการเพิ่มขึ้นของการสะสมทุน

แบบจำลอง Ramsay จะกำหนดให้ระบบเศรษฐกิจเป็นแบบปิด ไม่มีภาครัฐบาล และให้ประชากรมรการเจริญเติบโตที่อัตรา n โดยถูกกำหนดจากภายนอก

$$L(t) = e^{nt} \tag{2.17}$$

ครัวเรือนจะแสวงหาอรรถประโยชน์สูงสุด (U)

$$U = \int_0^\infty u\left[C(t)\right] e^{nt} e^{-\rho t} dt \tag{2.18}$$

โดยที่ $c(t)$ คือ การบริโภคของครัวเรือน ณ เวลา t

ρ คือ อัตราคิดลด (Discount rate)

n คือ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร

สมมุติฟังก์ชันอรรถประโยชน์ (Utility function) $u(c)$ มีลักษณะเพิ่มขึ้นเมื่อ c เพิ่มขึ้น และ มีลักษณะโค้งเว้าออกจากจุดกำเนิด (Concave) จะได้ $u'(c) > 0, u''(c) < 0$

ในตลาดแข่งขันสมบูรณ์ ครัวเรือนจะไม่มีผลต่อการกำหนดราคาปัจจัย ครัวเรือนจะเป็นผู้สนองแรงงานเท่ากับความต้องการแรงงานของตลาด

ข้อจำกัดงบประมาณของครัวเรือนต่อประชากรคือ

$$\dot{a}(t) = w(t) + a(t)r(t) - c(t) - na(t) \tag{2.19}$$

$$r(t) = R(t) - \delta \tag{2.20}$$

โดยที่ $\dot{a}(t)$ คือ การเปลี่ยนแปลงสินทรัพย์ที่เมื่อเวลาเปลี่ยน

$w(t)$ คือ ค่าจ้าง ณ เวลา (t)

$r(t)$ คือ อัตราดอกเบี้ยที่แท้จริง ณ เวลา (t)

$a(t)$ คือ สินทรัพย์สุทธิต่อบุคคล ณ เวลา (t)

δ คือ ค่าเสื่อมราคา

ครัวเรือนจะแสวงหาความพอใจสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดงบประมาณโดยการสร้างสมการ Present value Hamiltonian ดังนี้

$$H = u(c(t))e^{-(\rho-n)t} + v(t)\left[w(t) + (r(t)-n)a(t) - c(t)\right] \tag{2.21}$$

โดยที่ $v(t)$ คือ มูลค่าปัจจุบันของราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพอใจ

อนุพันธ์ลำดับหนึ่งเมื่อได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด คือ

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Rightarrow v(t) = u'(c)e^{-(\rho-n)t} \tag{2.22}$$

$$-\dot{v} = \frac{\partial H}{\partial a} \Rightarrow \dot{v} = -(r-n)v \tag{2.23}$$

โดยที่ Transversality condition คือ

$$\lim_{t\to\infty} = \left[v(t).a(t)\right] = 0 \tag{2.24}$$

ส่วนหน่วยธุรกิจ จะผลิตสินค้าสินค้าเพียงชนิดเดียว จ่ายค่าแรงให้กับปัจจัยแรงงานและจ่ายค่าเช่าให้กับปัจจัยทุน แต่ละหน่วยธุรกิจมีเทคโนโลยีในการผลิต

$$Y = F(K, L, T) \tag{2.25}$$

โดยที่ $Y(t)$ คือ ผลผลิต ณ เวลา t

$K(t)$ คือ ปัจจัยทุน ณ เวลา t

$L(t)$ คือ ปัจจัยแรงงาน ณ เวลา t

$T(t)$ คือ ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ณ เวลา t และ

$T(t) = T(0)e^{xt}, T(0) = 1$

หน่วยธุรกิจจะทำการเลือกปัจจัยทุนและแรงงานเพื่อทำให้เกิดกำไรสูงสุด

$$\pi = F(K, \hat{L}) - (r+\delta)K - wL \tag{2.26}$$

ซึ่ง $\hat{L} \equiv L.T(t)$

อนุพันธ์ลำดับหนึ่งของแต่ละปัจจัยจะได้

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0 \Rightarrow f'(k) = r + \delta \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \Rightarrow f(k) - k.f'(k) = w \tag{2.28}$$

จากสมการ (2.27) แสดงผลผลิตส่วนเพิ่มของทุนเท่ากับผลตอบแทนของทุน และ สมการ (2.28) แสดงผลผลิตส่วนเพิ่มของเท่ากับผลตอบแทนแรงงานพิจารณาดุลยภาพของแบบจำลองเมื่อสินทรัพย์ต่อหัวเท่ากับทุนต่อหัว $a = k$ ภายใต้ข้อจำกัดของสมการ (2.19) เมื่อ $a = k$, $\hat{k} = ke^{-xt}$, $r = f'(\hat{k}) - \delta$, $w = \left[f(\hat{k}) - \hat{k}.f'(\hat{k}) \right] e^{xt}$ จะได้

$$\dot{\hat{k}} = f(\hat{k}) - \hat{c}(x+n+\delta)\hat{k} \tag{2.29}$$

โดยที่ $\hat{c} \equiv C/\hat{L} = ce^{-xt}$ จากสมการ (2.29)การเปลี่ยนแปลงในสต็อกทุนจะเท่ากับผลผลิตลบการบริโภคและค่าเสื่อม ส่วนการเปลี่ยนแปลงใน จะทำให้การเจริญเติบโต $\hat{L}(t)$ ที่อัตรา $x+n$

สมการการเจริญเติบโตของ c คือ $\dot{c}/c = (1-\theta)(r-\rho)$ ถ้าใช้เงื่อนไข $r = f'(\hat{k}) - \delta$ และ $\hat{c} = ce^{-xt}$ จะได้

$$\dot{\hat{c}} / \hat{c} = \frac{\dot{c}}{c} - x = \frac{1}{\theta}\left[f'(\hat{k}) - \delta - \rho - \theta x \right] \tag{2.30}$$

สามารถเขียน Transversality condition ในเทอมของ $\hat{k}$ โดยการแทนค่า $a = k$ และ $\hat{k} = ke^{-xt}$ เข้าในสมการ $\lim_{t \to \infty} \left\{ a(t).\exp(-\int_0^t [r(v) - n] dv) \right\} = 0$ จะได้

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ \hat{k}.\exp(-\int_0^t \left[f'(\hat{k}) - \delta - x - n \right] dv) \right\} = 0 \tag{2.31}$$

ในสถานะคงตัว (Steady state) พิจารณาเงื่อนไขดุลยภาพตามสมการ (2.29),(2.30) และ (2.31) เมื่ออยู่ในสภาวะคงตัวแปรต่างๆ มีการเติบโตที่อัตราคงที่ $\hat{k}(t)$ และ $\hat{c}(t)$ จะต้องเท่ากับศูนย์

โดยที่ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ คือ อัตราการเจริญเติบโตที่ Steady state ของ $\hat{k}(t)$

$(\gamma_{\hat{c}})^*$ คือ อัตราการเจริญเติบโตที่ Steady state ของ $\hat{c}(t)$

จากสมการ (2.30) ที่ Steady state คือ

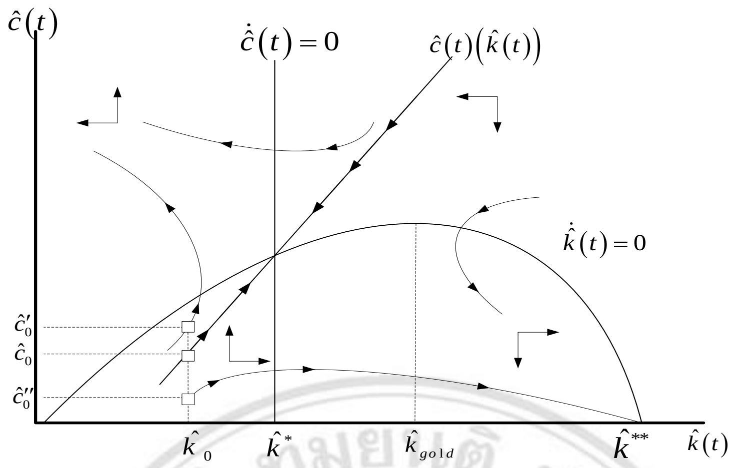
$$\hat{c}(t) = f(\hat{k}) - (x + n + \delta).\hat{k} - \hat{k}.(\gamma_{\hat{k}})^* \tag{2.32}$$

หาอนุพันธ์เทียบกับเวลา t จะได้

$$\dot{\hat{c}} = \dot{\hat{k}}\left[f'(k) - \left[x + n + \delta(\gamma_{\hat{k}})^* \right] \right] \tag{2.33}$$

จาก Trasversality condition ตามสมการ (2.31) ที่ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ จะต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกันถ้า $(\gamma_{\hat{k}})^* > 0, \hat{k} \to \infty$ และ $f'(\hat{k}) \to 0$ ตามสมการ (2.30) แล้ว $(\gamma_{\hat{c}})^* < 0$ และถ้า $(\gamma_{\hat{c}})^* < 0, \hat{k}(t) \to 0$ และ $f'(\hat{k}(t)) \to \infty$ ตามสมการ (2.30) แล้ว $(\gamma_{\hat{c}})^* > 0$ ผลที่ได้มานั้นด้านกับผลที่ว่า $(\gamma_{\hat{k}})^*$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ จะต้องมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกัน ดังนั้นความเป็นไปได้อย่างเดียวที่ $(\gamma_{\hat{k}})^*$ และ $(\gamma_{\hat{c}})^*$ จะมีเครื่องหมายในทิศทางเดียวกันคือ $(\gamma_{\hat{k}})^* = (\gamma_{\hat{c}})^* = 0$

ดังนั้นตัวแปรต่อหน่วยของประสิทธิภาพแรงงาน (Effectiv labour) $\hat{k}, \hat{c}, \hat{y}$ จะมีค่าการเปลี่ยนแปลงขณะที่ตัวแปรต่อประชากร k, c, y จะมีอัตราการเจริญเติบโตเท่ากับ x และตัวแปร K, C, Y มีการเติบโตที่อัตรา $x + n$



ภาพที่ 2.3 แสดง Phase diagram ของแบบจำลองการเจริญเติบโต Ramsey

ที่มา: Barro and Sala-i-Martin, 2004

ค่า Steady state ของ $\hat{c}$ และ $\hat{k}$ กำหนดจากสมการ (2.29)และ (2.30) เท่ากับศูนย์ จากภาพที่ 2.3 จะสอดคล้องกับ $\hat{c} = f(\hat{k}) - (x+n+\delta)\hat{k}$ อยู่ที่ระดับ $(\hat{k}, \hat{c})$ ซึ่งเป็นไปตามใน $\hat{k} = 0$ สมการ (2.29)โดยที่จุดสูงสุดของเส้นโค้งเกิดขึ้นเมื่อ $f(\hat{k}) = (\delta + x + n)$ ดังนั้นอัตราดอกเบี้ย $f'(\hat{k}) - \delta$ จะเท่ากับอัตราการเติบโต*Steady state* ของผลผลิต $x+n$

2.1.3 แบบจำลองการเจริญเติบโตจากภายใน (Endogenous growth model)

แบบจำลองนี้มีความแตกต่างจากแบบจำลองของ Solowและ Ramsey คือ ไม่มีการลดน้อยถอยลง (Diminishing return to capital)ซึ่งคุณสมบัติหลักของแบบจำลองการเจริญเติบโตภายในความรู้และวิทยาการใหม่ๆ และมีการถ่ายทอดอย่างแพร่หลาย โดยในแบบจำลองนี้เทคโนโลยีเข้าได้ง่าย และกำหนดให้มีปัจจัยการผลิต 2 ชนิด คือ ทุน และ แรงงาน และสมการปัจจัยการผลิตมีคุณสมบัติ Constant return to scale

$$F(\lambda K(t), \lambda L(t), A) = \lambda F(K(t), L(t), A)$$

โดยที่ A คือระดับของเทคโนโลยีและจาก Euler's theorem จะได้

$$F(K(t), L(t)) = F_K K(t) + F_L L(t)$$

แบบจำลองของ Endogenous growth คือไม่มีการลดน้อยถอยลงของทุน ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตคือ AK model

$$Y(t) = AK(t) \tag{2.34}$$

โดยที่ A คือระดับของเทคโนโลยีดังนั้นได้ผลผลิตต่อประชากรคือ

$$y(t) = AK(t) \tag{2.35}$$

ค่าเฉลี่ยและผลผลิตหน่วยสุดท้ายของทุนมีค่าคงที่ ที่ระดับ $A > 0$ โดยครัวเรือนมีฟังก์ชั่นความพอใจในรูปความยืดหยุ่นของการทดแทนกันข้ามห้วงเวลาคงที่ (Constant Intertemporal Elasticity of Substitution: CIES) ดังนี้

$$U = \int_0^\infty \left[\frac{c(t)^{(1-\theta)} - 1}{1-\theta} \right] dt \tag{2.36}$$

จากข้อสมมติให้ครัวเรือนเป็นเจ้าของปัจจัยการผลิตทุน (Capital) และ แรงงาน (Labor) โดยได้รับอัตราผลตอบแทนจากสินทรัพย์ $r(t)$ และผลตอบแทนจากแรงงาน $w(t)$ ทุนมีค่าเสื่อมที่อัตราคงที่ δ ดังนั้นอัตราค่าเช่าที่แท้จริงจะเท่ากับราค่าเช่าลบด้วยค่าเสื่อมของทุน $r(t) = R(t) - \delta$

ข้อจำกัดงบประมาณของครัวเรือนคือ

$$\dot{a}(t) = (r(t) - n)a(t) + w(t) - c(t) \tag{2.37}$$

โดยที่ $a(t) = \dfrac{da(t)}{da}$ คือ สินทรัพย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเวลาผ่านไป

$a(t)$ คือ สินทรัพย์สุทธิต่อบุคคล ณ เวลา t

$r(t)$ คือ ค่าเช่าที่แท้จริง ณ เวลา t

n คือ อัตราการเจริญเติบโตของประชากร

ครัวเรือนจะบริโภคสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดงบประมาณ โดยใช้วิธี Hamiltonian

$$H = u(c(t)e^{-(\rho-n)t} + v(t)\left[w(t) + (r(t)-n)a(t) - c(t)\right] \tag{2.38}$$

โดยที่ v(t) คือมูลค่าปัจจุบันของราคาเงาของรายได้ในหน่วยความพอใจ

$$\frac{\partial H}{\partial c(t)} = 0 \Rightarrow v(t) = u'(c(t))e^{-(\rho-n)t} \tag{2.39}$$

$$\frac{\partial H}{\partial a(t)} = -\dot{v}(t) \Rightarrow \dot{v}(t) = -\left[r(t) - n\right]v(t) \qquad (2.40)$$

$$\lim_{t\to\infty}\left[v(t)a(t)\right] = 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t \left[r\left(v\right) - n\right]dv\right]\right\} = 0 \qquad (2.41)$$

จากสมการ (2.39),(2.40), (2.41) จะได้เงื่อนสำหรับดุลยภาพคือ

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}(r(t) - \rho) \qquad (2.42)$$

และ Transversality Condition ตามสมการ (2.41)

$$\lim_{t\to\infty}\left\{a(t)\exp\left[-\int_0^t \left[r\left(v\right) - n\right]dv\right]\right\} = 0 \qquad (2.43)$$

พฤติกรรมของหน่วยธุรกิจในแบบจำลอง AK model หน่วยธุรกิจจะมีฟังก์ชันการผลิตคือ

$$y(t) = f(k(t)) = Ak(t)$$

ซึ่ง $A > 0$ และ $f'(k(t)) = A$ จากข้อสมติข้างต้นที่กำหนดให้ทุนมีค่าเสื่อม ดังนั้นหน่วยธุรกิจจะทำกำไรสูงสุดภายใต้เงื่อนไข

$$R(t) = r(t) + \delta \qquad (2.44)$$

$$r(t) = A - \delta \qquad (2.45)$$

ถ้าผลผลิตส่วนเพิ่มของแรงงาน (Marginal product of labour) เท่ากับศูนย์ แล้วอัตราค่าจ้าง $w(t)$ จะเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้นจะได้ดุลยภาพโดยสมมติให้เป็นระบบเศรษฐกิจแบบปิด ที่ทีสินทรัพย์จะเท่ากับทุน $(a(t) = k(t))$

แทนค่า $a(t) = k(t), r(t) = a(t) - \delta, w(t) = 0$ ในสมการ (2.37)

จะได้

$$k(t) = (a - \delta - n)k(t) - c(t) \qquad (2.46)$$

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}(A - \delta - \rho) \qquad (2.47)$$

$$\lim_{t\to\infty}\left\{k(t)e^{-(A-\delta-n)t}\right\} = 0 \qquad (2.48)$$

จากสมการที่ (2.47) แสดงถึงการเจริญเติบโตของการบริโภค จะไม่ขึ้นอยู่กับการสะสมทุนต่อประชากร $k(t)$ หรือระดับราคาการบริโภค ณ เวลาศูนย์ $c(0)$ การบริโภคต่อประชากร ณ เวลา (t), $c(t)$ คือ

$$c(t) = c(0)e^{(1/\theta)(A-\delta-\rho)t}$$

การเจริญเติบโตของทุนและผลผลิตต่อประชากร สามารถหาได้โดยหารสมการ (2.47) ด้วย $k(t)$ จะได้

$$c(t)/k(t) = (A-\delta-n) - \dot{k}(t)/k(t)$$

ที่ Steady state ตัวแปรทุกตัวมีอัตราการเจริญเติบโตคงที่ จะได้พจน์ด้านขวา $(A-\delta-n)-\dot{k}(t)/k(t)$ คงที่ ดังนั้น $c(t)/k(t)$ จะคงที่ และอัตราการเจริญเติบโตของทุนต่อประชากรเท่ากับอัตราการเจริญเติบโตของการบริโภคต่อประชากรในสมการ (2.47)

2.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์ทางเศรษฐมิติ (Econometric Theory)

การศึกษานี้จะใช้ข้อมูลแบบพาแนล (Panel Data) ดังนั้น แนวคิดและวิธีการทางเศรษฐมิติจะกล่าวถึงข้อมูลพาแนลได้แก่ การทดสอบพาแนลยูนิทรูท (Panel unit root test) การเลือกแบบจำลองพาแนล (Panel model) การทดสอบสมการพาแนล (Panel equation testing) การประมาณแบบจำลองพาแนล (Panel estimation) การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน (Panel Cointegration Test) การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Mechanism: ECM) และ การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger Causality test) ดังนี้

2.2.1 ข้อมูลพาแนล (Panel Data)

ข้อมูลที่เก็บจากกลุ่มตัวอย่างชุดเดิมซ้ำๆ ในหลายๆช่วงเวลา ข้อมูลพาแนลจึงประกอบไปด้วยข้อมูลภาคตัดขวางและข้อมูลอนุกรมเวลา ข้อดีของการใช้ข้อมูลพาแนลในการคำนวณคือสามารถอธิบายข้อมูลเฉพาะหน่วยที่มีความสัมพันธ์กันแบบข้ามเวลาและสามารถให้แก้ปัญหาการขาดข้อมูลในบางช่วงเวลาได้ นอกจากนี้ยังให้ผลการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพมากกว่า กล่าวคือปัญหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรแต่ละตัวและความเอนเอียงของผลการศึกษามีน้อย และสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัตได้ดีรวมไปถึงสามารถใช้ศึกษาแบบจำลองที่มีความซับซ้อนได้ดีกว่าอีกด้วย (Gujarati, 2003; Reyna, 2004; Verbeek, 2004)

$$y_{it} = \alpha + x_{it}'\beta + u_{it} \tag{2.49}$$

โดยที่ i คือข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,...N$

t คือข้อมูลภาคตัดขวาง $t = 1,...T$

y_{it} คือเวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม

α_{it} คือ จำนวนจริง (ค่าคงที่)

x_{it} คือเวกเตอร์ $k\times1$ ของตัวแปรอธิบาย

β_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ ของค่าสัมประสิทธิ์

ε_{it} คือ ค่าความคาดเคลื่อน

การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองพาแนล ขึ้นอยู่กับข้อสมติเบื้องต้นของค่าคงที่ α_{it} ค่าสัมประสิทธิ์ β_{it} และความคาดเคลื่อน ε_{it}

ในกรณีทั่วไปจะสมมติให้ค่าความคาดเคลื่อน ε_{it} มีการแจกแจงเหมือนกันในทุกๆ หน่วยภาคตัดขวาง และช่วงเวลา หมายความว่า ค่าความคาดเคลื่อนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ_{ε}^2 (Verbeek, 2004: 345)

2.2.2 การทดสอบพาแนลยูนิทรูท (Panel Unit root test)

การทดสอบ Panel Unit Root คือการทดสอบความนิ่งของข้อมูลอนุกรมเวลา เนื่องจากในข้อมูลอนุกรมเวลานั้นจะมีมิติของเวลามาเกี่ยวข้องโดยตัวแปรที่สนใจศึกษาอาจมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา และถ้าเรานำตัวแปรดังกล่าวมาวิเคราะห์เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอาจจะทำให้ได้ความสัมพันธ์ที่ไม่แท้จริง การทดสอบ Panel Unit Root จึงเป็นการตรวจสอบเพื่อดูว่าตัวแปรที่สนใจศึกษานั้นมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาหรือไม่ โดยถ้าข้อมูลมี Panel Unit Root หมายความว่าข้อมูลไม่นิ่งหรือข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา และถ้าข้อมูลไม่มี Unit Root แสดงว่าข้อมูลนิ่งหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงความเวลานั้นเอง

พิจารณา Autoregressive Model

$$y_{it} = \alpha_i + \rho y_{it-1} + \varepsilon_{it} \tag{2.50}$$

ซึ่งสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y_{it} = \rho y_{it-1} + \varepsilon_{it} \tag{2.51}$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,...N$

t คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $t = 1,...T$

y_{it} คือ ตัวแปรนอก

ρ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ Autorregressive

ε_{it} คือ ค่าความคาดเคลื่อน

สมมติฐานคือ $H_0 : \rho = 0$ (มี Panel Unit Root)

$H_0 : \rho < 0$ (ไม่มี Panel Unit root)

การทดสอบ Panel Unit Root สามารถทดสอบได้ด้วยวิธี Levin, Lin and Chu (LLC) test, Hadri test และ Fisher-Type tests โดยใช้ Fisher-ADF และ Fisher-PP ดังนั้น

1) วิธีการทดสอบของ Levin, Lin and Chu : LLC test

จากสมการ

$$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L_i}^{\rho_i} \theta_{it} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \text{ ซึ่ง } \mathrm{m} = 1,2,3 \qquad (2.52)$$

โดยที่ d_{mt} คือ Vectorของตัวแปร โดยแบ่งเป็น 3 ลักษณะคือ

$d_{1t} = emptyset, d_{2t} = \{1\}, d_{3t} = \{1, t\}$

Δy_{it} คือ พจน์ผลต่างๆ (Difference Term) ของ y_{it}

ρ_i คือ จำนวน Lag Order สำหรับพจน์ผลต่าง ๆ ของ y_{it}

ε_{it} คือ ค่าความคาดเคลื่อน

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

d_{mt} คือ เวกเตอร์ของ Deterministic varible

สมมติฐานคือ $H_0 : \rho = 0$ (มี Panel Unit Root)

$H_0 : \rho < 0$ (ไม่มี Panel Unit root)

ขั้นตอนการทดสอบมี 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 : ทำการถดถอยสมการ ADF (Augmented Dickey-Fuller)ในแต่ละหน่วยของภาคตัดขวาง

สมการ $$\Delta y_{it} = \rho y_{i,t-1} + \sum_{L_i}^{\rho_i} \theta_{it} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it} \quad \text{ซึ่ง } \mathrm{m} = 1,2,3 \qquad (2.53)$$

Lag order ρ_i จะเปลี่ยนแปลงไปตามแต่ละหน่วยของภาคตัดขวาง Campbell และ Person (1991) ได้แนะนำให้ใช้ระเบียบวิธีที่เสนอโดย Hall (1990) ในการเลือก Lag order ที่เหมาะสมโดยใช้ค่าสถิติ t ของ $\hat{\theta}_{it}$ ในการทดสอบ

เมื่อได้ค่า ρ_i ที่เหมาะสมแล้ว เราจะทำการถดถอยสมการเสริม เพื่อให้ได้ส่วนตกค้างซึ่ง ตั้งฉากสองตัวดังนี้

การประมาณค่า Δy_{it} กับ Δy_{it-1} และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{e}_{it}$

การประมาณค่า Δy_{it-1} กับ Δy_{it-1-L} และ d_{mt} ได้ค่า $\hat{v}_{i,t-1}$

เพื่อควบคุมความแตกต่างของความแปรปรวนในแต่ละข้อมูลภาคตัดขวาง (i) จึงต้องทำการปรับ $\hat{e}_{it}$ และ $\hat{v}_{i,t-1}$ ด้วยค่าคาดเคลื่อนมาตรฐานที่ได้จากการทดถอยสมการ ADF

$$\tilde{e}_{it} = \frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{it}} \text{ และ } \tilde{v}_{it-1} = \frac{\hat{v}_{it-1}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon t}} \qquad (2.54)$$

เมื่อ $\hat{\sigma}_{\varepsilon t}$ คือค่าคาดเคลื่อนมาตรฐานที่ได้จากการถดถอยสมการ ADF ในแต่ละหน่วยของภาคตัดขวาง

ขั้นตอนที่ 2:การประมาณค่าอัตราส่วนระหว่างส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวและระยะสั้นภายใต้ข้อสมมติหลักของยูนิทรูท ความแปรปรวนระยะยาวสามารถประมาณค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_{yi}^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{t-2}^{t} \Delta y_{it}^2 + 2\sum_{L=1}^{\bar{K}} w_{\bar{K}L}\left[\frac{1}{T-1}\sum_{t=2+L}^{t} \Delta y_{it}\Delta y_{i,t-L}\right] \qquad (2.55)$$

โดยที่ $\bar{K}$ คือ Truncation lag และ $w_{\bar{K}L} = 1-(L/\bar{K}+1)$ ซึ่งแต่ละหน่วยภาคตัดขวางค่าอัตราส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานระยะยาวคำนวณจาก $\hat{s}_i = \hat{\sigma}_{yi} / \hat{\sigma}_{\varepsilon i}$ ค่าเฉลี่ยอัตราส่วนเบี่ยงเบนคำนวณจาก $\hat{S}_{\mathrm{N}} = (1/\mathrm{N})\sum_{i=1}^{N} \hat{S}_i$

ขั้นตอนที่ 3: คำนวณค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบข้อมูลพาแนล โดยการทดถอยแบบ Pooled

$$\tilde{e}_{it} = \rho \tilde{v}_{i,t-1} + \tilde{\varepsilon}_{it} \tag{2.56}$$

มีจำนวนค่าสังเกตทั้งหมดเท่ากับ $N\tilde{T}$ โดยที่ $\tilde{T} = T - \overline{p} - 1$ คือค่าเฉลี่ยของจำนวนค่าสังเกตในแต่ละหน่วยของภาคตัดขวางและ $\overline{p} = \frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N}\frac{p_i}{N}$ คือค่าเฉลี่ยของ Lag order จากการถดถอยสมการ ADF ในแต่ละภาคตัดขวาง ค่าสถิติ t สำหรับทดสอบคือ

$$t_\rho = \frac{\hat{\rho}}{\hat{\sigma}(\hat{\rho})} \tag{2.57}$$

เมื่อ

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}\tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}} \tag{2.58}$$

$$\hat{\sigma}(\hat{\rho}) = \frac{\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}}{\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2+\rho_i}^{T}\tilde{v}_{i,t-1}^2\right]^{1/2}} \tag{2.59}$$

และค่าความแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^2 = \frac{1}{N\tilde{T}}\sum_{i+1}^{N}\sum_{t=2+p_i}^{T}(\tilde{e}_{it} - \hat{\rho}\tilde{v}_{it-1})^2 \tag{2.60}$$

คำนวณค่า Adjusted t-statistic จาก

$$t_\rho^* = \frac{t_\rho - N\tilde{T}\hat{S}_N\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}\hat{\sigma}(\hat{\rho})\mu_{m\tilde{T}}^*}{\sigma_{m\tilde{T}}^*} \tag{2.61}$$

โดย	$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}$	คือ	ค่าแปรปรวนของ $\tilde{\varepsilon}_{it}$
	$\hat{\sigma}(\hat{\rho})$	คือ	ค่าความคาดเคลื่อนมาตรฐานของ $\tilde{\rho}$
	$\hat{S}_N$	คือ	ค่าเฉลี่ยของค่าคาดเคลื่อนมาตรฐาน
	$\mu_{m\tilde{T}}^*, \sigma_{m\tilde{T}}^*$	คือ	Adjusment Term และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้า t_ρ^* มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ จะปฏิเสธสมมติฐานหลักนั้นคือไม่มี unit root แต่ถ้ามีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤติจะยอมรับสมมติฐานหลักนั้นคือมี Unit root

1) วิธีการทดสอบของ Hadri

การทดสอบของ Hadri มีสมมติฐานหลักคือข้อมูลไม่มี Unit root โดยอิงจากส่วนตกค้างของการถดถอยแบบ OLS ของการประมาณค่า y_{it} ที่มีค่าคงที่ (intercept)และ แนวโน้ม (trend)

พิจารณาค่า $$y_{it} = r_{it} + \beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.62}$$

เมื่อ $r_{it} = r_{i,t-1} + u_{it}$ คือ Random walk และ $\varepsilon_{it} \sim INN(0, \sigma_{\varepsilon}^2), u_{(it)} \sim INN(0, \sigma_u^2)$ มีคุณสมบัติ *i.i.d* ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ i และช่วงเวลา t ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$y_{it} = r_{it} + \beta_{it} + v_{it} + \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it} \tag{2.63}$$

เมื่อ $v_{it} = \sum_{s=1}^{t} u_{is} + \varepsilon_{it}$ จะได้ค่าสถิติ LM ในการประมาณค่าดังนี้

$$LM_1 = \frac{\frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{T} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} s_{it}^2}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2} \tag{2.64}$$

เมื่อ $s_{it} = \sum_{s=1}^{t} \hat{\sigma}_{is}$ และ $\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}^2$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบสำหรับการเกิดปัญญาหาค่าความแปรปรวนของความคาดเคลื่อนไม่คงที่ (Heteroskedasticity) ระหว่างข้อมูลภาคตัดขวางที่ $i, \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2$ ดังนี้

$$LM_2 = \frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{N} (\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^{T} S_{it}^2 / \hat{\sigma}_{\varepsilon i}^2)) \tag{2.65}$$

และค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานคือค่าสถิติ Z

$$Z = \sqrt{N}(LM - \xi_1) / \zeta \tag{2.66}$$

เมื่อ $\xi = \frac{1}{6}$ และ $\zeta = \frac{1}{45}$ ถ้าแบบจำลองประกอบด้วยค่าคงที่อย่างเดียว

และ $\xi = \frac{1}{15}$ และ $\zeta = \frac{1}{6300}$ สำหรับกรณีอื่น

การทดสอบได้กำหนดสมมติฐานคือ H_0 ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

H_a ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

ถ้าค่าสถิติ Z ที่ได้จากการประมาณค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท แต่ถ้าค่าสถิติ Z ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

2) วิธีการทดสอบของ Fisher-type

จากสมการ Augmented Dickey-Fuller (ADF)

$$\Delta y_{it} = \rho y_{it} + \sum_{L=1}^{p_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mi} + \varepsilon_{it} \quad ; \mathrm{m} = 1, 2, 3 \quad (2.67)$$

โดยที่ d_{mt} คือ เวกเตอร์ ของตัวแปร

Δy_{it} คือ พจน์ผลต่างๆ (Difference Term) ของ y_{it}

y_{it} คือ ตัวแปรปรวนที่ต้องการทดสอบ

ρ_i คือ จำนวน Lag Order สำหรับพจน์ผลต่าง ๆ ของ y_{it}

ε_i คือ ค่าความคาดเคลื่อน

α_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์

การทดสอบโดยการรวมค่า p-value ของค่าสถิติทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางจากสมการ ADF มาใช้ในการทดสอบพาแนลยูนิทรูท

$$\rho = -2\sum_{i=1}^{N} \ln \rho_i \rightarrow x_{2N}^2 \quad (2.68)$$

โดย ρ คือค่าที่ใช้ในการทดสอบความนิ่งของข้อมูลแต่ละภาคตัดขวาง ค่า $-2\ln \rho_i$ มีการแจกแจงแบบ มีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ 2 ดังนั้น ρ จึงมีการแจกแจงแบบ x^2 และมีระดับความเป็นอิสระเท่ากับ $2N$

Choi (2001) เสนอวิธีการทดสอบ The inverse nomal test (Z) และ The logit test (L) คือ

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N} \Phi^{-1}(\rho_i) \qquad (2.69)$$

ซึ่ง $0 \le p_i \le 1$ และ $\Phi^{-1}(p_i) \sim N(0,1)$ ดังนั้นส่งผลให้ $Z \sim N(0,1)$

และ $$L = \sum_{i=1}^{N} \ln(\frac{p_i}{1-p_i}) \qquad (2.70)$$

ซึ่ง $\ln(\frac{p_i}{1-p_i})$ มีการแจกแจงแบบโลจิสติคที่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ $\pi^2/3$

สมมติฐานการทดสอบคือ

H_0 ข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

H_a ข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท

ถ้าการประมาณค่าของแบบ Fisher's (P) Testและ Z-Statistic มีค่ามากกว่าค่าวิกฤติ (Critical) แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก นั่นคือข้อมูลพาแนลไม่มียูนิทรูท แต่ถ้า Fisher's (P) Testและ Z-Statistic น้อยกว่าค่าวิกฤติแสดงว่ายอมรับสมมติฐานหลักนั่นคือข้อมูลพาแนลมียูนิทรูท

2.2.3 การประมาณค่าความสัมพันธ์ของแบบจำลองพาแนล

เป็นการประมาณค่าข้อมูลพาแนล ที่แยกความแตกต่างระหว่างหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) และช่วงเวลา (Time) ขึ้นอยู่กับสมมติฐานเบื้องต้นเบื้องต้นของค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์ที่แตกต่างกัน ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็นการประมาณค่าแบบจำลอง Pooled estimator, Fixed effects และ Random effects ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) การประมาณค่าแบบ Pooled estimator

เป็นการวิเคราะห์ที่สมมติให้ค่าคงที่และสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการมีค่าเท่ากันทุกหน่วยภาคตัดวาง (Individual) และ ช่วงเวลา ที่พิจารณา ซึ่งไม่ได้ประมาณค่าความแตกต่างระหว่างหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาที่พิจารณา โดยมีแบบจำลองตามสมการ (กรรณิการ์ ดวงเนตรม, 2553)

แบบจำลอง Pooled OLS คือ

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}^{'}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \tag{2.71}$$

โดยที่ i คือข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1,...N$

t คือข้อมูลภาคตัดขวาง $t = 1,...T$

y_{it} คือเวกเตอร์ 1×1 ของตัวแปรตาม

α_{it} คือ จำนวนจริง (ค่าคงที่)

x_{it} คือเวกเตอร์ $k\times1$ ของตัวแปรอธิบาย

β_{it} คือ เวกเตอร์ $k\times1$ องค่าสัมประสิทธิ์

ε_{it} คือ ค่าความคาดเคลื่อน

2) แบบจำลอง Fixed effects

เป็นแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายที่ค่าคงที่ (Intercept term) มีความแตกต่างกันแต่ละหน่วยภาคตัดวาง i

$$y_{it} = \alpha_i + x_{it}^{'}\beta_{it} + \varepsilon_{it} \qquad \varepsilon_{it} \sim \text{IID}(0, \sigma_{\varepsilon}^2) \tag{2.72}$$

มีข้อสมมติคือ x_{it} และ ε_{it} เป็นอิสระต่อกันทุกค่า สามารถเขียนรูปแบบการถดถอยที่รวมตัวแปรหุ่น (Dummy variable) ของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i ในแบบจำลองได้ดังนี้

$$y_{it} = \sum_{j=1}^{N}\alpha_i d_{ij} + x_{it}^{'}\beta + \varepsilon_{it} \tag{2.73}$$

โดยที่ $d_{ij} = 1$ ถ้า $i = j$ และ $d_{ij} = 0$ ถ้า $i \neq j$

ดังนั้นจะประมาณค่าสมการ (72) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Ordinary least squares: OLS) โดยค่า β ที่คำนวณโดยใช้ (Least squares Dummy Variable: LSDV) มีการเบี่ยงเบน จึงต้องจำกัดผลกระทบแต่ละหน่วยของ α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\bar{y}_i = \alpha_i + \bar{x}_i'\beta + \bar{\varepsilon} \tag{2.74}$$

โดยที่ $\bar{y}_i = T^{-1}\sum_t y_{it}$

$$y_{it} - \bar{y}_i = (x_{it} - \bar{x}_i)'\beta + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \quad (2.75)$$

สมการ (2.75) เป็นแบบจำลองถดถอยเบี่ยงเบนออกจากค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง และไม่รวมผลกระทบของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง α_{it} โดยการเปลี่ยนแปลงข้อมูลในสมการ (2.75) ที่มีการสร้างค่าสังเกตในรูปการเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยแต่ละหน่วยภาคตัดขวางที่เรียกว่า "Within transformation" และ ตัวประมาณ OLS สำหรับค่า β คำนวณได้มาจากแบบจำลองที่เรียกว่า"Within estimator" หรือ "Fixed effect estimator" ซึ่งให้ผลที่ถูกต้องแม่นยำเช่นเดียวกับตัวประมาณค่าแบบ LSDV (Verbeek, 2004:346)

กำหนด

$$\hat{\beta}_{FB} = (\sum_{i+1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)')^{-1}\sum_{i+1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)' \quad (2.76)$$

จากข้อสมมติดังกล่าว x_{it} จะไม่ขึ้นอยู่กับ ε_{it} ตัวประมาณค่า *Fixed effect* ค่า β จะไม่มีการเบี่ยงเบน ถ้ากำหนดให้ ε_{it} มีการกระจ่ายแบบปกติ และค่า $\hat{\beta}_{FB}$ จะมีการกระจ่ายแบบปกติคือ

$$E\{(x_{it} - \bar{x}_{it})\varepsilon_{it}\} = 0 \quad (2.77)$$

สมการ (2.77) แสดงข้อสมมติ x_{it} ไม่สัมพันธ์กับ ε_{it} และ $\bar{x}_{it}$ จะไม่สัมพันธ์กับค่าความคลาดเคลื่อน (Error term) ดังนี้

$$E\{x_{it}\varepsilon_{it}\} = 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } i,t$$

ในกรณีนี้จะเรียก x_{it} ว่า "Strictly exogenous" ที่กำหนดให้ไม่มีความสัมพันธ์กับ ค่าปัจจุบันอดีตและอนาคตของค่าความคาดเคลื่อน

N เป็นอิสระต่อความคาดเคลื่อนทุกตัว ดังนั้นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงคือ

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i\beta_{FB} \qquad i = 1,\ldots N \quad (2.78)$$

ภายใต้ข้อสมมติสมการ (2.76) α_{it} ของ Fixed effect ไม่มีการเปลี่ยนแปลง เพราะที่ค่า T คงที่ค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง $\bar{y}_i$ และ x_{it} นั้นจะไม่เบนเข้าหาค่าใดเลย

เมทริกซ์ความแปรปรวน (Covariance matrix) สำหรับตัวประมาณค่า Fixed effects ($\hat{\beta}_{FE}$) ที่มีข้อสมมติให้ ε_{it} นั้นมีลักษณะ *i.i.d* ระหว่างแต่ละหน่วยภาคตัดขวางและช่วงเวลาเมื่อค่าความแปรปรวน $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2$ นั้นกำหนดโดย

$$v\left\{\hat{\beta}_{FE}\right\} = \sigma_{\varepsilon}^{2}\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(x_{it}-\overline{x}_{i})(x_{it}-\overline{x}_{i})'\right)^{-1} \qquad (2.79)$$

ถ้าค่า T มีจำนวนมากจะใช้ OLS ในการประมาณเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมภายใต้การถดถอยตามสมการ (2.73) จะได้ผลประมาณที่ตำกว่าตัวแปรที่แท้จริง และค่าความแปรปรวนของ $\varepsilon_{it}-\overline{\varepsilon}_{i}$ คือ $(T-1)/T\sigma_{\varepsilon}^{2}$ จะมีค่าค่อนข้างมากกว่า σ_{ε}^{2} โดยตัวประมาณค่าที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) ของ σ_{ε}^{2} สามารถหาได้จากค่าผลรวมผลต่างกำลังสอง (Residual Sum of Squares: RSS) หารด้วยนั้น $N(T-1)$ คือ

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2} = \frac{1}{N(T-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it}-\hat{\alpha}_{it}-x_{it}'-\hat{\beta}_{FB})^{2}$$

$$= \frac{1}{N(T-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it}-\overline{y}_{i}-(x_{it}-\overline{x}_{it})'\hat{\beta}_{FB})^{2} \qquad (2.80)$$

ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้เพื่อให้ค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) มีความถูกต้องมากขึ้น โดยการนำค่า K ไปลบที่ตัวหารในสมการ (80) เพราะค่าระดับความเป็นอิสระที่ถูกต้องนั้นจะทำให้ค่าพรามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าสอดคล้องกับ Individual intercept term

ดังนั้นแบบจำลอง Fixed effect ได้รวบรวมข้อแตกต่างของ “ภายใน” แต่ละหน่วยภาคตัดขวาง คือ อธิบายความแตกต่างของ y_{it} และ $\overline{y}_{i}$ แต่ไม่อธิบายทำไม $\overline{y}_{i}$ ถึงแตกต่างจาก $\overline{y}_{j}$ (Verbeek,2004:347)

3) แบบจำลอง Random Effects

ในการวิเคราะห์ถดถอย โดยทั่วไปนั้นมีข้อสมมติว่าทุกตัวแปรมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม ซึ่งสมารถแสดงในรูปค่าความคาดเคลื่อนเชิงสุ่ม (Random error term) โดยให้ α_{i} เป็นตัวแปรสุ่ม (Random Factors) ที่เป็นอิสระและมีการแจกแจงในแต่ละหน่วย ดังนั้น ดังนั้นสามารถเขียนแบบจำลอง Random effects ดังนี้ (Verbeek, 2004:347)

$$y_{it} = \mu + \beta x_{it}' + \alpha_{i} + \varepsilon_{it}\ , \varepsilon_{it} \sim IID(0,\sigma_{\varepsilon}^{2}); \alpha_{i} \sim IDD(0,\sigma_{\varepsilon}^{2}) \quad (2.81)$$

โดยที่ $\alpha_{i}+\varepsilon_{it}$ คือค่าความคาดเคลื่อน (Error Term) ที่ประกรอบส่วนประกรอบเฉพาะแต่ละหน่วยภาคตัดขวางที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา และส่วนที่เหลือ ซึ่งสมมติให้ไม่มีความสัมพันธ์กันตลอดช่วงเวลา

จากข้อสมมติที่ α_i และ ε_{it} สัมพันธ์อย่างมีอิสระแสดงว่า $\alpha_i + \varepsilon_{it}$ เป็นรูปแบบของอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) ดังนั้นการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสำหรับตัวประมาณ OLS และตัวประมาณค่า GLS ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพ สามารถหาได้จาก Error covariance matrix

การหาตัวประมาณ GLS สำหรับทุกๆความคาดเคลื่อนของแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง i คือ $\alpha_i \iota_T + \varepsilon_i$ โดยที่ $\iota_T = (1,1,\ldots 1)'$ มีขนาด (Dimension) เท่ากับ T และ $\varepsilon_i = (\varepsilon_{it},\ldots,\varepsilon_{it})'$ เมทริกซ์ความแปรปรวนของเวคเตอร์นี้คือ

$$V\{\alpha_i \iota_T + \varepsilon_i\} = \Omega = \sigma_\alpha^2 \iota_T \iota_T' + \sigma_\alpha^2 \iota_T \tag{2.82}$$

โดยที่ I_t คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ที่มีขนาดเท่ากับ T

สามารถหาค่าตัวประมาณ GLSสำหรับค่าพารามิเตอร์ในสมการ (81) โดยการแปลงข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง คือ คูณเวคเตอร์ $y_i = (y_{i1},\ldots,y_{it})'$ ด้วย Ω^{-1}

ซึ่ง
$$\Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2}\left[\mathrm{I}_\mathrm{T} - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \mathrm{T}\sigma_\alpha^2} \iota_\mathrm{T} \iota_\mathrm{T}' \right] \tag{2.83}$$

หรือเขียนในรูป
$$\Omega^{-1} = \sigma_\varepsilon^{-2}\left[\left(\mathrm{I}_t - \frac{1}{\mathrm{T}} \iota_\mathrm{T} \iota_\mathrm{T}' \right) + \psi \frac{1}{\mathrm{T}} \iota_\mathrm{T} \iota_\mathrm{T}' \right] \tag{2.84}$$

สามารถเขียนตัวประมาณ GLS ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{GLS} &= \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{T}(x_{it}-\bar{x}_i)' + \psi T \sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i-\bar{x})(\bar{x}_i-\bar{x})'\right)^{-1} \\ &\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(y_{it}-\bar{y}_i)(\bar{x}_i-\bar{x})\psi T \sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i-\bar{x})(\bar{y}_i-\bar{y})\right) \end{aligned} \tag{2.85}$$

โดยที่ $\bar{x}$ คือค่าเฉลี่ยของ x_{it} ทั้งหมดที่ $\bar{x} = (1/(NT)\sum_{i,t} x_{it}$

ที่ $\psi = 0$ ตัวประมาณค่า Fixed effects จะเพิ่มขึ้นเพราะ $\psi \to 0$ ถ้า $T \to \infty$ นั้นเป็นไปตามที่ว่าตัวประมาณค่า Fixed effects และ Random effects จะมีค่าเท่ากันเมื่อค่า T มีจำนวนมาก แต่ถ้า $\psi = 1$ ตัวประมาณค่า GLS จะเท่ากับตัวประมาณOLS (และ Ω เป็นเมทริกซ์ Diagonal)

การคำนวณตัวประมาณค่า GLS โดยทั่วไปคือ

$$\hat{\beta}_{GLS} = \Delta\hat{\beta}_B + (I_k - \Delta)\hat{\beta}_{FB} \qquad (2.86)$$

โดยที่

$$\hat{\beta}_B = (\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{x}_i - \bar{x})')\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})) \quad (2.87)$$

ดังนั้นจะเรียกค่า β ของตัวประมาณ OLS ในแบบจำลองสำหรับค่าเฉลี่ยของแต่ละหน่วยภาคตัดขวางว่า “Between estimator”

$$\bar{y}_i = \mu + \bar{x}_i'\beta + \alpha_i + \bar{\varepsilon}_i \; i = 1..., N \qquad (2.88)$$

ซึ่งเมทริกซ์ Δ คือเมทริกซ์ที่มีการถ่วงน้ำหนัก ที่ตัวประมาณ GLS เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักของ Between estimator และ Within estimator โดยที่ตัวถ่วงน้ำหนักขึ้นอยู่กับค่าความสัมพันธ์ของความแปรปรวนระหว่างตัวประมาณทั้งสอง

สำหรับตัวประมาณค่า GLS นั้นเป็นการรวมกันของตัวประมาณค่า Between estimator และ Within estimator ซึ่งโดยทั่วไปตัวประมาณค่า GLS จะมีประสิทธิภาพมากกว่าตัวประมาณค่า OLS ถ้าตัวแปรอธิบายเป็นอิสระต่อ ε_{it} และ α_i ทุกตัวและตัวประมาณค่า GLS จะไม่มีการเอนเอียง (Unbiased) และไม่เปลี่ยนแปลง (Consistent) ที่ค่า N หรือ T (หรือทั้ง N และ T) มีค่าเข้าสู่อนันต์ (Infinity) ภายใต้ $E\{\bar{x}_i\varepsilon_{it}\} = 0$ และ

$$E\{\bar{x}_i\alpha_i\} = 0 \qquad (2.89)$$

เงื่อนไขดังกล่าวเพื่อทำให้ Between estimator ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent)

วิธีการคำนวณหาตัวประมาณค่า GLS จะมีการเปลี่ยนแปลงแบบจำลองดังนี้

$$y_{it} - \vartheta\bar{y}_t = \mu = (1-\vartheta) + (x_{it} - \bar{x}_i')'\beta + u_{it} \qquad (2.90)$$

โดยที่ $\vartheta = 1 - \psi^{1/2}$ ค่าคาดเคลื่อนในรูปแบบการเปลี่ยนแปลงนี้เป็น *i.i.d* ที่ค่า $\psi = 0$ สอดคล้องกับ Within estimator $\vartheta = 1$ และสัดส่วนที่คงที่ (ϑ) ของค่าเฉลี่ยหน่วยภาคตัดขวาง คือการลบข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองที่มีการเปลี่ยนแปลงข้อมูล $0 \le \vartheta \le 1$

การใช้ตัวประมาณ GLS ที่มีความเหมาะสมจะต้องคำนวณหาความแปรปรวน σ_ε^2 ซึ่งหาได้จากสมการ (2.80) ดังนั้นค่าความแปรปรวนของค่าคาดเคลื่อน $\sigma_\varepsilon^2 + (1/T)\sigma_\varepsilon^2$ ซึ่งประมาณค่าได้จาก

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\bar{y}_i - \hat{\mu}_B - \bar{x}_i'\hat{\beta}_B)^2 \qquad (2.91)$$

โดยที่ $\hat{\mu}_B$ คือ Between estimation ของ μ จากสมการ (2.91) ตัวแปรที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ σ_ε^2 จะเป็นไปตาม

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \hat{\sigma}_B^2 - \frac{1}{T}\hat{\sigma}_\varepsilon^2 \qquad (2.92)$$

ในการปรับค่าตัวประมาณนี้โดยการปรับปรุงค่าระดับความเป็นอิสระ (Degree of freedom) ให้ถูกต้อง โดยนำ $K+1$ ลบด้วยตัวหารในสมการ (2.91)ผลของตัวประมาณ EGLS จะเป็นตัวประมาณ Random effect ของ β และ μ คือแทนค่า β เท่ากับ $\hat{\beta}_{RE}$ หรือที่รู้จักในชื่อของตัวประมาณ Balestea-Nerlove (Verbeek,2004:347-351)

ตารางที่ 2.1 ความแตกต่างระหว่างแบบจำลอง Fixed effects, แบบจำลอง Random effects และ Pooled OLS ดังนี้

วิธีการ	สมมติฐานเกี่ยวกับค่า β
Fixed Effects	$\beta_{it} = \beta_i$ โดยที่ $E(\beta_{i,}x_{it}) \neq 0$
Random Effects	$\beta_{it} = \beta_i + \varepsilon_i$ โดยที่ $E(\varepsilon_{i,}x_{it}) = 0$
Pooled OLS	$\beta_{it} = \beta$

2.2.4 การทดสอบสมการพาแนล (Panel equation testing)

การทดสอบสมการพาแนลเป็นการทดสอบว่าควรจะทำการประมาณค่าแบบจำลอง Panel Cointegration ในรูปแบบใดระหว่าง Pooled estimator, Fixed effects หรือ Random effects โดยทำการทดสอบ 2 วิธีคือ Lagrange Multiplier Test (LM-Test) และ Random Fixed effects Test ดังนี้

1) วิธีการทดสอบแบบ Larrange Multiplier (LM-test)

เป็นการทดสอบแบบจำลองว่าควรอยู่ในรูปแบบใดระหว่าง Random effects และPooled estimator โดย Baltagi et al (1992b) ได้เสนอการทดสอบภายใต้เงื่อนไขผลกระทบแต่

ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual Effects condition) เกี่ยวกับผลกระทบที่เกิดเฉพาะช่วงเวลา (Time-Specific effects) ที่ $\sigma_{\alpha}^{2} > 0$ (Baltagi, 2008)

สมมติฐานหลักที่ใช้ในการทดสอบคือ $H_0^d : \sigma_{\mu}^{2} = 0$

ค่าสถิติการทดสอบด้วยวิธี Lagrange Multiplier คือ

$$LM_{\mu} = \frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_2^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{T(T-1)\left[\tilde{\sigma}_v^4 + (n-1)\tilde{\sigma}_v^4\right]}}\tilde{D}_{\mu} \qquad (2.93)$$

และ $$\tilde{D}_{\mu} = \frac{T}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_2^2} - 1\right] + \frac{(N-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'(E_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{(N-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1\right]\right\} \qquad (2.94)$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_2^2 = \tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes I_T)\tilde{u} / T$

และ $\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(E_N \otimes I_T)\tilde{u} / T(N-1)$

ซึ่ง LM_{μ} มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically $N(0,1)$ และการประมาณค่าตัวรบกวน $\tilde{u}$ หาได้จากส่วนที่เหลือจากการประมาณ GLS ในทิศทางเดียวกันโดยใช้ Maximum Likelihood ประมาณ $\tilde{\sigma}_v^2$ และ $\tilde{\sigma}_2^2$

การทดสอบด้วยวิธี Lagrange Multiplier ภายใต้สมมติฐาน $H_0^e : \sigma_{\lambda}^2 = 0$ ที่ $\sigma_{\mu}^2 > 0$

$$LM_{\lambda} = \frac{\sqrt{2}\tilde{\sigma}_1^2\tilde{\sigma}_2^2}{\sqrt{T(T-1)\left[\tilde{\sigma}_v^4 + (n-1)\tilde{\sigma}_v^4\right]}}\tilde{D}_{\lambda} \qquad (2.95)$$

$$\tilde{D}_{\lambda} = \frac{N}{2}\left\{\frac{1}{\tilde{\sigma}_2^2}\left[\frac{\tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{\tilde{\sigma}_2^2} - 1\right] + \frac{(T-1)}{\tilde{\sigma}_v^2}\left[\frac{\tilde{u}'(E_N \otimes \bar{J}_T)\tilde{u}}{(N-1)\tilde{\sigma}_v^2} - 1\right]\right\} \qquad (2.96)$$

โดยที่ $\tilde{\sigma}_1^2 = \tilde{u}'(\bar{J}_N \otimes I_T)\tilde{u} / T$ และ $\tilde{\sigma}_v^2 = \tilde{u}'(I_N \otimes E_T)\tilde{u} / T(N-1)$

ซึ่ง LM_{λ} มีการกระจายตัวแบบ Asymptotically distributed ภายใต้ข้อสมมติฐานหลัก H_0^e ถ้าการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก การประมาณค่าแบบจำลองควรใช้วิธี Pooled Estimator และ แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานการประมาณค่าควรควรใช้วิธี Random Effects

2) วิธีการทดสอบ Redundant Fixed Effects

Moulton and Randolph (1989) ได้เสนอว่า Anova F-test ที่ใช้ทดสอบ Fixed Effects เหมาะสำหรับทดสอบแบบจำลอง One way Error Componment โดยมีสมมติฐานทดสอบคือ $H_0^e : \sigma_\mu^2 = 0$ ดังนั้นสมการในรูปทั่วไปคือ

$$F = \frac{y'MD(D'MD) - D'My / (p-r)}{y'Gy / \left[NT - (\tilde{k} + p - r) \right]} \quad (2.97)$$

ภายใต้สมมติฐานหลักมีการกระจายตัวแบบ F-distribution มีระดับความเป็นอิสระ $p-r$ และ $NT - \left(\tilde{k} + p - r\right)$

และ $D = I_N \otimes \iota_T, M = \tilde{P}_z, \tilde{k} = K', p = N, r = K' + N - rank(Z, D)$ และ $G = \bar{P}_{(Z,D)}$

โดยที่ $\bar{P}_z = I - P_z$ และ $P_z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$ การทดสอบ One-side Likelihood Ration (LR) จะมีการทดสอบดังนี้

$$LR = -2\log\log\frac{l(res)}{l(unres)} \quad (2.98)$$

โดยที่ $l(res)$ คือค่า Maximum Likelihood ที่มีข้อจำกัดและ $l(unres)$ คือค่า Maximum Likelihood ที่ไม่มีข้อจำกัดภายใต้สมมติฐานหลักที่ทำการทดสอบ LR test มีการกระจายตัวแบบ Asymptotic distribution

3) วิทีทดสอบแบบ Hausman

เป็นการทดสอบว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองในรูปแบบใดระหว่าง Fixed Effects หรือ Random Effect โดยมีสมมติฐานที่สำคัญคือ ส่วนประกรอบของค่าความคาดเคลื่อนในแบบจำลองการถดถอยไม่มีความสัมพันธ์กับ x_{it} คือ $E(u_{it} / x_{it}) = 0$ ที่มีการกำหนดให้พจน์รบกวน (μ_{it}) มีผลต่อแต่ละหน่วยภาคตัดขวาง (Individual) ซึ่งไม่สามารถหาค่าได้ และมีความสัมพันธ์กับ x_{it}

ในกรณีที่ $E(u_{it} / x_{it}) \neq 0$ และตัวประมาณ $GLS(\hat{\beta}_{GLS})$ จะมีความเอนเอียง (Biased) และมีการเปลี่ยนแปลง (Inconsistent) สามารถกำจัดค่า (μ_{it}) ได้โดยใช้ Within Estimator $\hat{\beta}_{within}$ ที่ไม่เอนเอียง (Unbiased)และไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Consistent) (Baltagi, 2008)

Hausman (1978) ทำการเปรียบเทียบ $\hat{\beta}_{GLS}$ และ $\hat{\beta}_{within}$ ได้ผลว่าตัวประมาณทั้งสองมีความแตกต่างกันในข้อจำกัดของความน่าจะเป็นคือ $\hat{\beta}_{within}$ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ทั้งในกรณีที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0 : E(u_{it} / x_{it}) = 0$ และปฏิเสธสมมติฐานหลักแต่ $\hat{\beta}_{GLS}$ ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลักตัวประมาณจะมีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นการทดสอบโดยทั่วไปจะเป็นไปตาม $\hat{q}_1 = \hat{\beta}_{GLS} - \hat{\beta}_{within}$ ซึ่ง $\hat{q}_1 = 0$ ถ้า $\operatorname{cov}(\hat{q}_1, \hat{\beta}_{GLS}) = 0$

โดยที่ $\hat{\beta}_{GLS} - \beta = (x'\Omega^{-1}x)^{-1} x'\Omega^{-1}u$

$\hat{\beta}_{within} - \beta = (x'Qx)^{-1} x'Qu$ จะได้ค่า $E(\hat{q}_1) = 0$ และ

$$\operatorname{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = \operatorname{var}(\hat{\beta}_{GLS}) - \operatorname{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{\beta}_{within}) \tag{2.99}$$

$$\operatorname{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = (x'\Omega^{-1}x)^{-1} - (x'\Omega^{-1}x)^{-1} x'\Omega^{-1}uE(uu')Qx(x'\Omega^{-1}x)^{-1}$$

$$\operatorname{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = (x'\Omega^{-1}x)^{-1} - (x'\Omega^{-1}x)^{-1} = 0$$

จาก $\hat{\beta}_{within} = \hat{\beta}_{GLS} - \hat{q}_1$ และ $\operatorname{var} \hat{\beta}_{within} = \operatorname{var}(\hat{\beta}_{GLS}) + \operatorname{var}(\hat{q}_1)$ ที่ค่า $\operatorname{cov}(\hat{\beta}_{GLS}, \hat{q}_1) = 0$

จะได้ $$\operatorname{var}(\hat{q}_1) = \operatorname{var}(\hat{\beta}_{within}) - \operatorname{var}(\hat{\beta}_{GLS}) = \tilde{\sigma}_v^2 (x'Qx)^{-1} - (x'\Omega^{-1}x)^{-1} \tag{2.100}$$

ดังนั้นค่าสถิติการทดสอบ Hausman คือ

$$m_1 = \hat{q}_1' \left[\operatorname{var}(\hat{q}_1)\right]^{-1} (\hat{q}_1) \tag{2.101}$$

ถ้าผลการทดสอบยอมรับสมมติฐานหลัก แสดงว่าควรทำการประมาณค่าแบบจำลองโดยใช้ Random Effects แต่ถ้าปฏิเสธสมมติฐานหลักควรทำการประมาณค่าโดยใช้ Fixed Effects

2.2.5 การประมาณค่าแบบจำลองพาแนล (Panel estimation)

1) วิธีการประมาณค่าแบบจำลองน้อยสุด (Ordinary least Square: OLS)

เป็นการประมาณค่าเส้นถดถอยที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี OLS โดยการทำให้ผลบวกกำลังสองของค่าความคาดเคลื่อน (Error term) มีค่าน้อยสุดจากสมการ OLS

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)^2 \right]^{-1} \sum_{t=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i) \qquad (2.102)$$

โดยที่ i คือ ข้อมูลภาคตัดขวาง $i = 1, 2 ... N$

t คือ ข้อมูลอนุกรมเวลา $t = 1, 2 ... t$

y_{it} คือ ตัวแปรตาม

x_{it} คือ ตัวแปรอิสระ

$\bar{y}_{it}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ y_{it}

$\bar{x}_{it}$ คือ ค่าเฉลี่ยของ x_{it}

2) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงผลวัตร (Dynamic Ordinaly Least Square:DOLS)

เป็นการประมาณการแบบ OLS ที่มีการเพิ่มการประมาณแบบพลวัตเข้าไปในสมการ OLS จึงเรียกว่าการประมาณค่าการเปลี่ยนแปลงเชิงพลวัดแบบกำลังสอง

น้อยสุด DOLS จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}^{'} \beta + \sum_{k=K_i}^{K_i} \gamma_{it} \square x_{it-k} + \varepsilon_{it} \qquad (2.103)$$

สมการประมาณค่า จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเชิงพลวัตร DOLSได้จาก

$$\hat{\beta}_{OLS} = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^{N} (\sum_{t=1}^{T} Z_{it} Z_{it}')^{-1} \sum_{t=1}^{T} Z_{it} \tilde{y}_{it}) \right] \qquad (2.104)$$

โดยที่ $z_{it} = 2(K+1)x1$ และ $\tilde{y}_{it}' = y_{it} - \bar{y}_{it}$

3) วิธีการโมเมนต์ในรูปทั่วไป (Generalized Method of Moments: GMM)

วิธีนี้เสนอโดย Hansen (1982)เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยตรงจาก Moment condition ที่ใช้ในรูปแบบจำลอง

จากสมการพื้นฐาน

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + z_{it}^{'}\gamma + u_{it} \tag{2.105}$$

จากสมการ (2.101) สมารถเขียนได้เป็น

$$y_{it} - y_{it-1} = \beta^{'}\left(x_{it} - x_{it-1}\right) + \gamma^{'}\left(z_{it} - z_{it-1}\right) + \left(u_{it} - u_{it-1}\right) \tag{2.106}$$

โดยที่ $i = 1,\ldots n$ และ $t = 2,\ldots,T_i$

สมการ (2.103) ถ้า $y_{it-1} - y_{it-2}$ มีความสัมพันธ์กับค่าความคาดเคลื่อน $u_{it} - u_{it-1}$ จะทำให้การประมาณค่ามีความเอนเอียงมากขึ้น ดังนั้นในกรณีการประมาณค่าด้วยวิธี DOLS จะมีความเหมาะสมกว่าแต่ถ้ามีการใช้เครื่องมือที่ถูกต้องการประมาณด้วยวิธี GMM จะมีประสิทธิภาพกว่าการประมาณค่าสมการ โดยทั่วไปจะมีการใช้ค่าความล่าช้า (Lag) ของตัวแปรตามสองช่วงเวลาที่ y_{it-2} นั้นจะไม่มีความสัมพันธ์กับ $u_{it} - u_{it-1}$ ดังนั้นค่าของ $y_{it-k}, k \geq 2$ จึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสม

2.2.6 การทดสอบพาแนลโคอินทีเกรชัน (Panel Cointegration Test)

เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ในระยะยาวของตัวแปรอธิบายและตัวแปรตาม โดยการทดสอบที่ใช้มีสองวิธีคือ

1) การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันแบบ Residual-Based DF and ADF หรือการทดสอบพาแนลโคอินทิเกชันแบบ Kao (Kao test)

จากสมการถดถอยแบบพาแนล

$$y_{it} = x_{it}^{'}\beta + z_{it}^{'}\gamma + e_{it} \tag{2.107}$$

โดยที่ y_{it} และ x_{it} เป็น $I(0)$ และ $z_{it} = \{\mu_i\}$

การทดถอยแบบ DF-type คำนวณได้จากส่วนที่เหลือของ Fixed effect

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it} + v_{it} \tag{2.108}$$

โดยที่ $\hat{e}_{\text{it}} = \hat{y}_{it} - \hat{x}_{it}\hat{\beta}$ และ $\tilde{y}_{it} = y_{it} - \bar{y}_i$ ในการทดสอบนี้ใช้วิธีการประมาณค่าด้วย OLS ประมาณค่าสัมประสิทธิ์ ρ และ t-statistic จากสมการ

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_{it}\hat{e}_{it-1}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} \hat{e}_{it}^2} \tag{2.109}$$

และ

$$t_\rho = \frac{(\hat{\rho}-1)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} e_{it-1}^2}}{s_e} \tag{2.110}$$

ซึ่ง $$s_e^2 = \frac{1}{NT}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}(\hat{e}_{it} - \hat{\rho}\hat{e}_{it-1})^2$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ DF มีทั้งหมด 4 แบบ โดยสมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 1$ (ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$$DF_\rho = \frac{\sqrt{NT}\left(\hat{\rho}-1\right) + 3\sqrt{N}}{\sqrt{10.2}} \tag{2.111}$$

$$DF_t = \sqrt{1.25 t_\rho} + \sqrt{1.875N} \tag{2.112}$$

$$DF_\rho^* = \frac{\sqrt{NT}\left(\hat{\rho}-1\right) + \frac{3\sqrt{N}\hat{\rho}_v^2}{\hat{\rho}_{0v}^2}}{\sqrt{3 + \frac{36\hat{\rho}_v^4}{\hat{\rho}_{0v}^4}}} \tag{2.113}$$

$$DF_t^* = \frac{t_\rho + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \tag{2.114}$$

โดยที่ $\hat{\sigma}_v^2 = \hat{\Sigma}_{yy} - \hat{\Sigma}_{yx}\Sigma^{-1}{}_{xx}$ และ $\sigma_{0v}^2 = \hat{\Omega}_{yy} - \hat{\Omega}_{yx}\hat{\Omega}_{xx}^{-1}$

ซึ่งค่าสถิติ DF_{ρ}, DF_t พิจารณาความสัมพันธ์จากภายนอกของตัวถดถอย กับค่าความคลาดเคลื่อน และค่าสถิติ DF_{ρ}^*, DF_t^* พิจารณาความสัมพันธ์ภายนอกของตัวถดถอยกับค่าความคลาดเคลื่อน สำหรับค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบแบบ ADF สามารถประมาณค่าได้จากการถดถอยดังนี้

$$\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{\rho} \vartheta_j \Delta\hat{e}_{it} + v_{it\rho} \tag{2.115}$$

ดังนั้นค่าสถิติ ADF คือ

$$ADF = \frac{t_{ADF} + \frac{\sqrt{6N}\hat{\sigma}_v}{2\hat{\sigma}_{0v}^2}}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{0v}^2}{2\hat{\sigma}_v^2} + \frac{3\hat{\sigma}_v^2}{10\hat{\sigma}_{0v}^2}}} \tag{2.116}$$

โดยที่ t_{ADF} คือ t-statistic ของ ρ จากสมาการ $\hat{e}_{it} = \rho\hat{e}_{it-1} + \sum_{j=1}^{\rho} \vartheta_j \Delta\hat{e}_{it} + v_{it\rho}$

โดยสมมติฐานหลักของการทดสอบคือ $H_0 : \rho = 1$(ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

2) การทดสอบพาเนลโคอินทิเกรชันแบบ Pedroni (Engle-granger based)

การทดสอบโคอินทิเกรชันแบบ Pedroni มีพื้นฐานมาจาก (Engle-granger based) ซึ่งการทดสอบโคอินทีเกรชันของ Engle-granger basedนั้นจะทำการทดสอบส่วนที่เหลือ (Residual) ถ้าตัวแปรมีโคอินทิเกรชัน ส่วนที่เหลือที่จะได้เป็น $I(0)$ แต่ตัวแปรไม่มีโคอิน ส่วนที่เหลือที่จะได้เป็น $I(1)$

โดย Pedroni เสนอการทดสอบโคอินทิเกรชันที่สมมติให้ค่าคงที่ (Intercept) และค่าแนวโน้ม (Trend) มีความแตกต่างกันระหว่างข้อมูลแต่ละหน่วยจากสมการ

$$y_{it} = \alpha_i + \delta_i t + \beta_{1i}x_{1i,t} + \beta_{2i}x_{2i,t} + \ldots \beta_{Mi}x_{Mi,t} + e_{i,t} \tag{2.117}$$

โดยที่ $t = 1\ldots,T$, $i = 1,\ldots,N,\ m = 1,\ldots,M$

กำหนดให้ x, y นิ่งที่ $I(1)$ หรือมีโคอินทิเกรชัน

α_i คือ พจน์ส่วนตัด (Intercept) อาจถูกเซตให้เท่ากับศูนย์ก็ได้

δ_i คือ สัมประสิทธิ์ค่าแนวโน้ม (Trend coefficient) อาจถูกเซตให้เท่ากับศูนย์ก็ได้

เมื่อถดถอยสมการ (2.117) จะได้ส่วนที่เหลื่อ (Residual) จากนั้นทำการทดสอบส่วนเหลือดังกล่าวเป็น $I(1)$ โดยการถดถอยจากสมการ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + u_{it} \tag{2.118}$$

หรือ

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \sum_{j=1}^{\rho_i} \psi_{it} \Delta e_{it-j} + \upsilon_{it} \tag{2.119}$$

สมมติฐานกรณีภาคตัดขวางทุกหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน(Homogeneous)

$H_0 : \rho_i = 1$(ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : \rho_i = \rho < 1$(มีโคอินทิเกรชัน)

สมมติฐานกรณีภาคตัดขวางทุกหน่วยมีลักษณะเหมือนกัน(Heteroenous)

$H_0 : \rho_i = 1$(ไม่มีโคอินทิเกรชัน)

$H_a : \rho_i < 1$(มีโคอินทิเกรชัน)

โดยค่าสถิติทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน $\aleph_{N,T}$ คำนวณจากส่วนที่เหลือในสมการ (2.118) และ (2.119) Pedroni แสดงให้เห็นว่าค่าสถิติมีการแจกแจงแบบ Asymptotically ดังนี้

$$\frac{\aleph_{N,T} - \mu\sqrt{N}}{\sqrt{\upsilon}} \Rightarrow N(0,1) \tag{2.120}$$

โดยที่ μ และ υ คือ Adjustmentterm ที่สร้างโดย Monte Carlo (Baltagi, 2005:254-255)

3) การทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชันแบบ Fisher (Fisher test)

ในการทดสอบโคอินทิเกรชัน โดยการรวบรวมการทดสอบข้อมูลแต่ละหน่วยภาคตัดขวางเพื่อให้ได้การทดสอบทางสถิติแบบกลุ่ม (Full panel)

$$2\sum_{i=1}^{N} \log\left(\pi_i\right) \rightarrow x_{2n}^2 \tag{2.121}$$

โดยที่ π_i คือ $p - value$ จากการทดสอบโคอินทิเกรชันแต่ละตัว สำหรับข้อมูลตัดขวาง i ภายใต้ข้อสมมติฐานหลักการทดสอบพาแนลโคอินทิเกรชัน

2.2.7 การหาความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะสั้น (Error Correction Meehanism ECM)

การทดสอบ ECM เป็นการทดสอบที่ใช้อย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์หาความผันผวนระยะสั้น เมื่อตัวแปรมีลักษณะไม่นิ่ง และไมมีปัญหาความสัมพันธ์ไม่แท้จริง (Spurious Regression) ซึ่งสามารถเขียนแบบจำลอง ECM โดยทั่วไปได้ดังนี้

$$\Delta Y_{it} = \alpha_1 + \alpha_2 u_{it-1} + \alpha_3 \Delta x_{it} + \alpha_4 \sum_{h=1}^{\rho} \alpha_5 + \sum_{j=1}^{q} \Delta Y_{it-j} + \varepsilon_{it} \qquad (2.122)$$

โดยที่ Δ คือ อนุพันธ์ลำดับ 1

ε_{it} คือ ตัวแปรคาดเคลื่อนแบบสุ่ม

$u_{it-1} = (Y_{it-1} - \beta_1 - \beta_2 x_{it-1})$ คือ ตัวแปรความคาดเคลื่อนของการถดถอยหนึ่งช่วงเวลา Panel cointegrating

หากความคลาดเคลื่อนดุลยภาพไม่เท่ากับศูนย์ แบบจำลองจะออกนอกดุลยภาพ ซึ่งหาก α_2 มีค่าเป็นจะส่งผลให้ ΔY_{it} มีค่าลดลงและกลับเข้าสู่ดุลยภาพระยะยาวในที่สุด

2.2.8 การทดสอบความเป็นเหตุเป็นผล (Granger causality test)

เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปร เพื่อดูว่าตัวแปรใดเป็นเหตุตัวแปรใดเป็นผล หรืออาจจะไดข้อสรุปว่าทั้งสองตัวแปรเป็นเหตุของกันและกัน หรือมีความสัมพันธ์สองทิศทางดังนี้

$H_0 : x$ ไม่เป็นเหตุของ Y

$H_1 : x$ เป็นสาเหตุของ Y

หรือ

$H_0 : y$ ไม่เป็นเหตุของ x

$H_1 : y$ เป็นสาเหตุของ x

โดยสมการกาทดสอบแบบจำลองดังนี้

$$y_{\mathrm{i,t}} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_t^j y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j x_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \qquad (2.123)$$

$$y_{\mathrm{i,t}} = \alpha_i + \sum_{j=1}^{J} \delta_t^j x_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J} \beta_i^j y_{i,t-j} + \varepsilon_{i,i} \qquad (2.123)$$

โดยที่ $y_{\mathrm{i,t}}$ และ $x_{\mathrm{i,t}}$ คือตัวแปร y และ x ที่ $i = 1, \ldots, N$ และ $t = 1, \ldots, N$ ซึ่ง $J \in N$ มีลักษณะเป็น $i.i.d(0, \sigma_{\varepsilon,i})$ (Caporale et al., 2009)

2.3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างสินเชื่อภายในประเทศกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของกลุ่มประเทศอาเซียนซึ่งพบว่ามีนักวิจัยหลายๆที่ได้ศึกษาในหัวข้อต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

Lin (2009) ศึกษาการลงทุนโดยตรงของต่างประเทศ การพัฒนาการเงิน และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยใช้แบบจำลองพาแนลในการประมาณค่าระยะสั้น และระยะยาว ข้อมูล 37 ประเทศ โดยใช้ข้อมูลรายปี แต่ปี ค.ศ. 1970 ถึง ค.ศ. 2002 พบว่า การลงทุนของต่างประเทศ การพัฒนาการเงินและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ มีความสัมพันธ์กันในระยะยาว และชี้ให้เห็นว่าการพัฒนาในการเงินยังมีผลกระทบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมากกว่าการลงทุนต่างประเทศ จากการทด สอบความเป็นเหตุเป็นผลพบว่าในระยะสั้นมีความสัมพันธ์กันเพียงเล็กน้อย และในระยะยาวพบว่าตัวแปรมีความสัมพันธ์กันอย่างชัดเจน โดยรวมแล้วผลการวิจัยที่ดีควรนำการลงทุนจากต่างประเทศคู่กับการพัฒนาการเงินจะทำให้เศรษฐกิจโลกดีขึ้น

Ce'line and Thomas (2011) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการพัฒนาทางด้านการเงิน และการกระจายรายได้ใน 49 ประเทศในช่วงปี ค.ศ. 1991 ถึง ค.ศ.2004 โดยการใช้แบบจำลอง Bayesian Structural Vector Autoregressive ซึ่งนับได้ว่าเป็นงานวิจัยแรกที่ได้ทำแบบจำลอง BVAR ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างสถาบันการเงิน ตลาดทุน และการกระจายรายได้ในแบบจำลองเบย์เซียนที่ใช้ในการอ้างอิงนั้น การรวมตัวชี้วัดรายปีลงไปในแบบจำลอง ได้แก่ ตัวชี้วัดทางด้านการเงิน ขนาดของตลาดทุน ความมั่นคง ความมีประสิทธิภาพ และการรวมกลุ่มระหว่างประเทศ โดยผลการศึกษาพบว่า ภาคการเงินมีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติมากที่สุดต่อการกระจายรายได้ และ

ความสัมพันธ์ดังกล่าวยังขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของภาคการเงินมากกว่าที่จะขึ้นอยู่กับขนาดของการเงิน

Du (2011) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัญหาหนี้เสียและการเจริญเติบโตเศรษฐกิจของสาธารณะรัฐประชาชนจีน ใช้ข้อมูลพาแนลของ 28 จังหวัดแต่ปี ค.ศ. 1994 ถึงค.ศ. 2005โดยใช้แบบวิธีของ Hansenในการวิเคราะห์ซึ่งผลการศึกษาพบว่าการลดลงของธนาคารส่งผลต่ออุปทานเงินกู้อุตสาหกรรมในระยะยาว การเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและการเพิ่มขึ้นของระดับอุตสาหกรรมส่งผลต่อความต้องการเงินกู้ระยะยาวอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ยังพบอีกว่าอัตราเงินเฟ้อก็ส่งผลกระทบต่อเงินกู้ในยะยาวเช่นกันเมื่ออัตราเงินเฟ้อลดลงส่งผลต่อการเพิ่มขึ้นของอุปทานเงินกู้ระยะยาวและเมื่ออัตราเงินเฟ้อเพิ่มขึ้นส่งผลต่อการลดลงอุปทานเงินกู้ระยะยาว ในการเพิ่มขึ้นของอุปทานเงินกู้ระยะยาวทำให้เศรษฐกิจมีการเติบโต

Leitao (2012) ศึกษาสินเชื่อของธนาคารและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจของสหภาพยุโรป (EU 27 ประเทศ) ซึ่งเป็นข้อมูลทุติยภูมิแต่ปี ค.ศ. 1990 ถึง ค.ศ. 2010 ในแบบของพลวัตพาแนล ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษาประกอบมีผลิตภัณฑ์มวลรวมสินเชื่อภายใน การออม การค้าและอัตราเงินเฟ้อที่ใช้ในการประเมินผลโดยใช้แบบจำลองของการเจริญเติบโตเศรษฐกิจจากภายนอก(Endogenous model) เพื่ออธิบายการเจริญเติบโตเศรษฐกิจ ประมาณค่าด้วยวิธี Generlized Method of Moments (GMM) ผลการประมาณค่าพบว่าการออมมีผลต่อการเจริญเติบโตและยังพบอีกว่าขนาดสินเชื่อและอัตราเงินเฟ้อมีผลกระทบทางลบต่อการเติบโตเศรษฐกิจ

Narayan (2013) ทดสอบความสัมพันธ์การพัฒนาทางการเงิน และการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจในประเทศกำลังพัฒนา ซึ่งได้แบ่งกลุ่มประเทศออกตามทวีป อันได้แก่ ทวีปเอเชีย ยุโรป แอฟริกา อเมริกาใต้ และตะวันออกกลาง โดยใช้ข้อมูลตั้งแต่ปี ค.ศ. 1995 ถึง ค.ศ.2011 และใช้วิธีการวิเคราะห์แบบGeneralized Method of Moments(GMM) อันประกอบด้วยตัวแปรการพัฒนาทาง ได้แก่การเงิน มูลค่าการค้าและระบบตลาดทุนนิยม รวมถึงสินเชื่อในประเทศที่กำหนดจากธนาคาร ผลการทดสอบพบว่า จากข้อมูลพาแนลทั้ง 65 ประเทศ ในทวีปเอเชีย ยุโรป และแอฟริกา มีผลลัพธ์เหมือนกันคือตัวแปรการพัฒนาการเงินมีนัยสำคัญทางสถิติและมีผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ ในขณะที่การพัฒนาของภาคธนาคารมีนัยสำคัญทางสถิติการพัฒนาทางการเงิน ได้แก่ มูลค่าการค้า และระบบตลาดทุนนิยม รวมถึงสินเชื่อในประเทศที่กำหนดจากภาคธนาคารผลการศึกษาพบว่า 65 ประเทศ ในทวีปเอเชีย ยุโรปและแอฟริกา มีผลลัพธ์เหมือนกันคือตัวแปรการพัฒนาการเงินมีนัยสำคัญทางสถิติและมีผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทาง

เศรษฐกิจ ในขณะที่ภาคธนาคารมีนัยสำคัญทางสถิติแต่มีผลกระทบทางลบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ สำหรับประเทศในตะวันออกกลางระบบตลาดแบบทุนนิยมมีผลกระทบทางบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจแต่การพัฒนาภาคการเงินไม่มีนัยสำคัญทางสถิติส่วนการพัฒนาทางธนาคารมีนัยสำคัญทางสถิติและมีผลกระทบทางลบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

Sassi (2013) ศึกษาการประเมินผลกระทบของตลาดสินเชื่อผู้ผลิตและตลาดสินเชื่อครัวเรือนต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ โดยการประมาณค่า Ordinary Least Square (OLS) และ แบบจำลอง Dynamic Panel โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 27 ประเทศในทวีปยุโรป ในช่วงปี ค.ศ. 1995 ถึง ค.ศ.2012 ผลการทดสอบพบว่า สินเชื่อของผู้ผลิตส่งผลกระทบเชิงบวกต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ และในขณะเดียวกันตลาดสินเชื่อครัวเรือนส่งผลกระทบเชิงลบต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ

Shun-Jen Hsueh (2013) ศึกษาการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและการพัฒนาการเงินใน 10 ประเทศเอเชีย โดยใช้ข้อมูลช่วงเวลาแต่ปี 1980 ถึงปี 2007 ใช้แบบจำลองพาแนลในทดสอบผลการศึกษาพบว่าตัวแปรทางการเงินมีผลต่อการพัฒนาการเงินและการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจและยังพบอีกว่าตัวแปรทางการเงินมีจำนวนมากส่งผลต่อการเจริญเติบโตของ 10 ประเทศเอเชียโดยเฉพาะประเทศจีน

จอน วงค์สวรรค์ พร้อมคณะ (2013) ศึกษาภาคการเงินกับการเจริญเติบโตเศรษฐกิจในระยะยาวใน 150 ประเทศ โดยใช้ข้อมูลช่วงเวลาแต่ปี ค.ศ. 1960 ถึงค.ศ. 2011 ใช้แบบจำลองพาแนลในทดสอบผล ผลการทดสอบพบว่า (1) เมื่อควบคุมปัจจัยทั่วไปทีมีผลต่อการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจแล้ว การพัฒนาการเงินที่วัตโดยขนาดของภาคธนาคารและตลาดทุน สนับสนุนการเติบโตทางเศรษฐกิจ (2) ความสัมพันธ์ที่เป็นบวกนี้มีข้อจำกัด และประโยชน์ต่อการเจริญเติบโตมีน้อยลงเมื่อภาคการเงินมีขนาดใหญ่ขึ้น โดยเฉพาะในกลุ่มประเทศกำลังพัฒนา (3) นอกจากนี้ ขนาดภาคการเงินที่ใหญ่ขึ้นส่งผลให้ความผันผวนของการเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจมีสูงขึ้น